UM FKKT
Kemijska tehnologija
Kemija
Bolonjski univerzitetni program

Vpisna številka:
Ime priimek:
Smer:

1. test pri predmetu MATEMATIKA III
5. 12. 2013

Čas reševanja je **75 minut**.

Navodila:

- *Ugasni in odstrani mobilni telefon. Uporaba knjig in zapiskov ni dovoljena.*
- *Vsak odgovor utemelji.*
- *Dovoljeni pripomočki so: kemični svinčnik, svinčnik, radirka, kalkulator, matematični priročnik in ročno zapisan A4 list s formulami.*

1. **[20]** Na vektorski prostor $\mathbb{R}_n[x]$ vpeljemo

$$< p, q >= \sum_{i=1}^{n} p(x_i)q(x_i),$$

kjer so $x_1, x_2, \ldots, x_n$ poljubna realna števila in $p, q \in \mathbb{R}_n[x]$.

(a) Dokaži, da je zgoraj vpeljan produkt skalarni produkt.

(b) Naj bodo $x_1 = -1$, $x_2 = 0$ in $x_3 = 2$. Ortogonaliziraj bazo $\mathcal{B} = \{1, x-1, x^2-1\}$ in zapiši $p(x) = x^2$ s pomočjo izračunane ortogonalne baze.

2. **[20]** Transformacija $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ je definirana kot zrcaljenje preko simetrale sodih kvadrantov.

(a) Poišči predpis transformacije f in zapiši njej pripadajočo matriko.

(b) Poišči predpis transformacije glede na bazo $\mathcal{B} = \{(1,2), (-2,6)\}$.

3. **[20]** Poišči splošno rešitev sistema linearnih diferencialnih enačb

$$\begin{aligned} x_1' &= x_2 + x_3 \\ x_3' &= x_1 + x_2 \\ x_2' &= x_3'' + 2x_3 \end{aligned}$$

in poišči vse rešitve, za katere velja $x_1(0) =$ in $x_2(0) = 0$.

UM FKKT
Kemijska tehnologija
Kemija
Bolonjski univerzitetni program

Vpisna številka:
Ime priimek:
Smer:

1. test pri predmetu MATEMATIKA III - teoretični del
5. 12. 2013

Čas reševanja je **40 minut**. **Navodila:**

- *Ugasni in odstrani mobilni telefon.*
- *Dovoljeni so samo pisala.*

1. **[15]**

    a) **[5]** Naj bo $\mathcal{V}$ vektorski prostor. Kako dokažemo, da je $\mathcal{W}$ vektorski podprostor od $\mathcal{V}$? Utemelji odgovor.

    b) **[10]** Podaj primer vektorskega podprostora $\mathcal{W}$ vektorskega prostora $\mathcal{M}_n$ matrik reda n .

2. **[15]** Dokaži trditev:
Če je $\dim(\mathcal{V}) = n$ in neka množica iz $\mathcal{V}$ vsebuje manj kot n vektorjev, tedaj njena linearna lupina ne more biti enaka $\mathcal{V}$.
(Vsak korak v dokazu utemelji.)

3. **[10]** Naj bo A matrika reda 4, ki ni diagonalizabilna. Kaj lahko poveš o lastnih vrednostih in pripadajočih lastnih vektorjih matrike A.