UM FKKT
Kemijska tehnologija
Kemija
Bolonjski univerzitetni program

Vpisna številka:
Ime priimek:
Smer: K ali KT

1. test pri predmetu MATEMATIKA III
8. 12. 2014

**Navodila:**

- *Pripravi osebni dokument.*
- *Ugasni in odstrani mobilni telefon. Uporaba knjig, zapiskov in kalkulatorja ni dovoljena.*
- *Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana.*
- *Dovoljeni pripomočki so: kemični svinčnik, svinčnik, radirka, matematični priročnik in pripravljeni listi s formulami.*
- *Čas reševanja je* **75 minut**.

1. **[15]** Poišči splošno rešitev sistema linearnih diferencialnih enačb

$$\begin{aligned} x_1' &= -2x_1 + x_2 \\ x_2' &= -2x_1 + x_3 \\ x_3' &= x_3. \end{aligned}$$

2. **[20]** Funkcijo $f : [-\pi, \pi] \to \mathbb{R}$, ki je definirana s predpisom

$$f(x) = \pi - x,$$

razvij Fourijevo vrsto in s pomočjo le te izračunaj vsoto vrste

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n-1}.$$

3. **[25]** Transformacija $f : \mathbb{R}_2[x] \to \mathbb{R}^3$ je podana s predpisom

$$f(p) = (p''(0) - p(0), p'(0) - p(1), p'(1) - p(1)).$$

(a) Dokaži, da je $f$ linearna in zapiši pripadajočo matriko.

(b) Poišči bazo jedra in bazo slike transformacije $f$.

(c) Če obstaja, zapiši matriko preslikave $\mathcal{A} \circ f$, kjer je $\mathcal{A} : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$,

$$\mathcal{A}(x, y, z) = (-y, y + z, z),$$

glede na bazo $\mathcal{B} = \{(1, 0, 0), (1, -1, 1), (0, 0, 1)\}$.

UM FKKT
Kemijska tehnologija
Kemija
Bolonjski univerzitetni program

Vpisna številka:
Ime priimek:
Smer: K ali KT

1. test pri predmetu MATEMATIKA III - teoretični del
8. 12. 2014

**Navodila:**

- *Pripravi osebni dokument.*
- *Ugasni in odstrani mobilni telefon. Dovoljeni pripomočki so samo pisala.*
- *Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana.*
- *Čas reševanja je* **40 minut**.

1. **[15]** Naj bo $\mathcal{V}$ unitarni prostor. Dokaži, da za poljubna vektorja $\mathbf{u}, \mathbf{v} \in \mathcal{V}$ ter skalar $\lambda$ velja:

   (a) $||\lambda \mathbf{u}|| = |\lambda| ||\mathbf{u}||$,

   (b) $||\mathbf{u} + \mathbf{v}|| \leq ||\mathbf{u}|| + ||\mathbf{v}||$.

   Vsak korak natančno utemelji!

2. **[10]** Dokaži trditev:
   vsaki linearni preslikavi $f : \mathbb{R}^m \to \mathbb{R}^n$ lahko priredimo matriko $A$ reda $n \times m$ tako, da je $f(x) = Ax$.

3. **[15]**

   (a) Naj bosta $\mathcal{V}_1$ in $\mathcal{V}_2$ vektorska podprostora vektorskega prostora $\mathcal{V}$. Dokaži, da je njun presek $\mathcal{V}_1 \cap \mathcal{V}_2$ prav tako vektorski podprostor od $\mathcal{V}$.

   (b) Naj bo $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ in $x_1 = (1, 0, 1), x_2 = (0, 2, -1), x_3 = (2, 2, 1), x_4 = (0, 0, 1)$ vektorji iz $\mathbb{R}^3$. Poišči bazo in dimenzijo preseka linearnih lupin $\mathcal{L}(\{x_1, x_2\}) \cap \mathcal{L}(\{x_3, x_4\})$.