

Vpisna številka

Priimek in ime

Smer: K KI

WA

Izpit pri predmetu MATEMATIKA I
Računski del
25. 8. 2020

Navodila:

- *Pripravi osebni dokument.*
- *Ugasni in odstrani mobilni telefon. Uporaba knjig in zapiskov ni dovoljena.*
- *Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana. Na vsak dodatni list, ki je priložen k testni/izpitni poli, označi ime in priimek oz. vpisno številko, ter jasno označi katera naloga je reševana.*
- *Dovoljeni pripomočki so: kemični svinčnik, svinčnik, radirka, matematični priročnik in pripravljene listi s formulami.*
- *Čas reševanja je 75 minut.*

1. [15] Naj bo $z \in \mathbb{C}$. Reši enačbo

$$z^7 + (1 + i)z^4 + iz = 0.$$

2. [10] Ali je zaporedje (a_n) , ki je podano rekuzivno

$$a_1 = 1, \quad a_{n+1} = 1 + \frac{3}{a_n}, \quad \forall n \in \mathbb{N},$$

omejeno? Utemelji!

3. [20] Funkcija f je podana s predpisom

$$f(x) = \sqrt{\frac{1 - x^2}{x^2 - 3x}}.$$

(a) [5] Določi naravno defincijsko območje funkcije f .

(b) [5] Izračunaj $\lim_{x \rightarrow 3} (f(x))^2 \cdot \ln(4 - x)$.

(c) [10] Skiciraj graf funkcije $g \circ f$, kjer je $g(x) = \begin{cases} \frac{1}{x^2} & ; x < 0 \\ 1 + x^2 & ; x \geq 0 \end{cases}$.

4. [15] Razvij funkcijo f , $f(x) = x \ln(3 + x)$, v Taylorjevo vrsto v okolici točke $a = 0$ ter določi njeno konvergenčno območje. Nato še izračunaj vsoto vrste

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \cdot 3^n}.$$

Vpisna številka

Priimek, ime

Smer: K KI

WA

Izpit pri predmetu MATEMATIKA I
Teoretični del
25. 8. 2020

Navodila:

- *Pripravi osebni dokument.*
 - *Ugasni in odstrani mobilni telefon. Dovoljeni pripomočki so samo pisala.*
 - *Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana.*
 - *Čas reševanja je 40 minut.*
-

1. **[5]** Naj bo z kompleksno število s polmerom 1. V polarnem zapisu poišči vsoto in produkt števil z in z^{-1} .
2. **[15]**
 - (a) **[5]** S predpisom podaj primer funkcije, ki je zvezna, a ni odvedljiva.
 - (b) **[10]** Izpelji pravilo za odvod produkta dveh odvedljivih funkcij v dani točki.
3. **[10]** Navedi in dokaži Cauchyjev izrek.
Opomba: To je eden izmed izrekov o srednji vrednosti.
4. **[10]** Za $x \in \mathbb{R}$ izpelji limito $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x$.

Vpisna številka

Priimek in ime

Smer: K KI

WA

Izpit pri predmetu MATEMATIKA A**Računski del****25. 8. 2020****Navodila:**

- Pripravi osebni dokument.
- Ugasni in odstrani mobilni telefon. Uporaba knjig in zapiskov ni dovoljena.
- Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana. Na vsak dodaten list, ki je priložen k testni/izpitni poli, označi ime in priimek oz. vpisno številko, ter jasno označi katera naloga je reševana.
- Dovoljeni pripomočki so: kemični svinčnik, svinčnik, radirka, matematični priročnik in pripravljene listi s formulami.
- Čas reševanja je **75 minut**.

1. [10] Naj bo $z \in \mathbb{C}$. Reši enačbo

$$z^7 + (1 + i)z^4 + iz = 0.$$

Rešitev: opazuj $z(z^3 + 1)(z^3 + i) = 0$; za $z^3 = -1$ in $z^3 = -i$ si lahko pomagáš s polarnim zapisom kompleksnega števila.

2. [20] Funkcija f je podana s predpisom

$$f(x) = \sqrt{\frac{1 - x^2}{x^2 - 3x}}.$$

(a) [5] Določi naravno defincijsko območje funkcije f .

(b) [5] Izračunaj $\lim_{x \rightarrow 3} (f(x))^2 \cdot \ln(4 - x)$.

(c) [10] Skiciraj graf funkcije $g \circ f$, kjer je $g(x) = \begin{cases} \frac{1}{x^2} & ; x < 0 \\ 1 + x^2 & ; x \geq 0 \end{cases}$.

Rešitev: (a) $D_f = [-1, 0) \cup [1, 3)$; (b) $\frac{8}{3}$; (c) nariši $1 + \frac{1-x^2}{x^2-3x}$.

3. [15] Razvij funkcijo f , $f(x) = x \ln(3 + x)$, v Taylorjevo vrsto v okolici točke $a = 0$ ter določi njeno konvergenčno območje. Nato še izračunaj vsoto vrste

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \cdot 3^n}.$$

Namig: glej učbenik stran 226.

4. [15] Izračunaj

(a) [8] $\int \sqrt{e^x + 1} dx,$

(b) [7] $\int_{-\infty}^{\infty} (x^2 - 1)e^{-2x} dx.$

Namig: (a) vpelji novo spremenljivko $t^2 = e^x + 1$, (b) posplošeni integral ne obstaja.

Vpisna številka

Priimek, ime

Smer: K KI

WA

Izpit pri predmetu MATEMATIKA A
Teoretični del
25. 8. 2020

Navodila:

- Pripravi osebni dokument.
 - Ugasni in odstrani mobilni telefon. Dovoljeni pripomočki so samo pisala.
 - Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana.
 - Čas reševanja je **40 minut**.
-

1. **[5]** Naj bo z kompleksno število s polmerom 1. V polarnem zapisu poišči vsoto in produkt števil z in z^{-1} .

2. **[15]**

(a) **[5]** S predpisom podaj primer funkcije, ki je zvezna, a ni odvedljiva.

(b) **[10]** Izpelji pravilo za odvod produkta dveh odvedljivih funkcij v dani točki.

3. **[10]**

(a) **[5]** Definiraj nedoločeni integral funkcije $f : \mathcal{D} \subseteq \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$.

(b) **[5]** Naj bosta D in D' , $D \subseteq D'$, delitvi intervala $[a, b]$. Dokaži, da za zgornji Riemannovi vsoti velja

$$S_{D'}(f) \leq S_D(f).$$

4. * **[10]** Za $x \in \mathbb{R}$ izpelji limito $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x$.

Vpisna številka

Priimek, ime

WA

Izpit pri predmetu MATEMATIKA I
Računski del
25. 8. 2020

Navodila:

- Pripravi osebni dokument.
- Ugasni in odstrani mobilni telefon. Uporaba knjig in zapiskov ni dovoljena.
- Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana. Na vsak dodaten list, ki je priložen k testni/izpitni poli, označi ime in priimek oz. vpisno številko, ter jasno označi katera naloga je reševana.
- Dovoljeni pripomočki so: kemični svinčnik, svinčnik, radirka, matematični priročnik in pripravljene listi s formulami.
- Čas reševanja je **75 minut**.

1. [15] Naj bo $z \in \mathbb{C}$. Reši enačbo

$$\sqrt{|z|^2 + 1} + iz = 2 \operatorname{Im} \left(\frac{z}{1+i} \right).$$

Rešitev: reši sistem enačb $\sqrt{a^2 + b^2 + 1} - b = -a + b$, $a = 0$.

2. [15] Ali je zaporedje (a_n) , ki je podano s splošnim členom

$$a_n = \frac{n \sin\left(\frac{\pi n}{2}\right)}{\sqrt{4n^2 + 1}}, \quad \text{za vsak } n \in \mathbb{N},$$

omejeno? Utemelji!

Rešitev: da.

3. [15] Funkcija f je podana s predpisom

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2x}{1-x} & ; x \leq \frac{1}{2} \\ 1 - \ln(2x) & ; x > \frac{1}{2}. \end{cases}$$

(a) [10] Skiciraj graf funkcije f in določi zalogo vrednosti funkcije f .

(b) [5] Izračunaj $\lim_{x \downarrow \frac{1}{2}} \frac{f(x)}{2x^2 - x}$.

4. [15] Funkcija f je podana s predpisom $f(x) = \arcsin(1 - \frac{x}{2})$. Poišči vse točke T na grafu funkcije f , za katere velja naslednja lastnost: normala na graf funkcije f v točki T seka os y pod kotom $\frac{\pi}{6}$.

Namig: opazuj, da normala sekaj os x pod kotom $\frac{\pi}{3}$.

Vpisna številka

Priimek, ime

WA

Izpit pri predmetu MATEMATIKA I
Teoretični del
25. 8. 2020

Navodila:

- *Pripravi osebni dokument.*
 - *Ugasni in odstrani mobilni telefon. Dovoljeni pripomočki so samo pisala.*
 - *Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana.*
 - *Čas reševanja je 40 minut.*
-

1. **[10]** Naj bo $A = \{x \in \mathbb{R} \mid |x - 2| < 3\}$.
 - (a) **[5]** Poišči elemente množice $B = A \cap \mathbb{N}$.
 - (b) **[5]** Če obstajajo, poišči infimum, supremum, minimum in maksimum množice B .
2. **[10]**
 - (a) **[5]** Na enotski krožnici definiraj vse štiri trigonometrične (kotne) funkcije.
 - (b) **[5]** Vpelji funkcijo \arccos in skiciraj njen graf.
3. **[10]** S pomočjo odvoda funkcije f , $f(x) = \sin x$, izpelji odvod od $f^{-1}(x) = \arcsin x$.
4. **[10]** Dokaži trditev:
Če je $f''(x) < 0$ za vsak $x \in (a, b)$, tedaj je funkcija f konkavna na intervalu $[a, b]$.

Vpisna številka

Priimek in ime

Smer: K KI

WA

Izpit pri predmetu MATEMATIKA B**Računski del****27. 8. 2020****Navodila:**

- Pripravi osebni dokument.
- Ugasni in odstrani mobilni telefon. Uporaba knjig in zapiskov ni dovoljena.
- Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana. Na vsak dodaten list, ki je priložen k testni/izpitni poli, označi ime in priimek oz. vpisno številko, ter jasno označi katera naloga je reševana.
- Dovoljeni pripomočki so: kemični svinčnik, svinčnik, radirka, matematični priročnik in pripravljene listi s formulami.
- Čas reševanja je **75 minut**.

1. **[20]** Naj bo $y = y(x)$. Reši diferencialno enačbo

$$y' + 6e^{-x} = y^2 e^x.$$

Namig: Riccatijeva DE; $y_P = 2e^{-x}$ in uporabi nastavek $y = z + 2e^{-x}$.

2. **[10]** Izračunaj determinanto reda $n \in \mathbb{N}$, $n > 3$,

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 & 0 & -1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & 3 & \dots & n-2 & n-1 & n \end{vmatrix}.$$

Rešitev: $\frac{n(n+1)}{2}$.

3. **[15]** Linearna transformacija $\mathcal{A} : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}_2[x]$ je glede na bazi $\mathcal{B} = \{(0, -1), (-1, 1)\}$ in $\mathcal{C} = \{1 - x, 2x - x^2, 1 + x^2\}$ podana z matriko

$$A = \begin{bmatrix} 6 & 0 \\ 3 & 0 \\ -5 & 0 \end{bmatrix}$$

Glede na standardni bazi prostorov \mathbb{R}^2 in $\mathbb{R}_2[x]$ poišči eksplicitni predpis linearne transformacije \mathcal{A} ter ji določi bazo jedra in bazo slike (glede na standardni bazi).

Namig: glej zbirko za Matematiko B na Moodle; stran 103, naloga 17.

4. **[15]** Naj bo $x_1 = x_1(t)$, $x_2 = x_2(t)$ in $x_3 = x_3(t)$. Reši sistem diferencialnih enačb

$$\begin{aligned} x_1' &= 2x_1 - 2x_3 \\ x_2' &= x_1 + 2x_2 - 2x_3 \\ x_3' &= x_1 \end{aligned}$$

Namig: $\lambda_1 = 2$, $p_1 = (0, 1, 0)$, $\lambda_2 = 1 + i$, $p_2 = (1 + i, 1, 1)$.

Vpisna številka

Priimek, ime

Smer: K KI

WA

Izpit pri predmetu MATEMATIKA B
Teoretični del
27. 8. 2020

Navodila:

- *Pripravi osebni dokument.*
 - *Ugasni in odstrani mobilni telefon. Dovoljeni pripomočki so samo pisala.*
 - *Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana.*
 - *Čas reševanja je 40 minut.*
-

1. [10]

(a) [5] Definiraj obratno matriko kvadratne matrike A .

(b) [5] Dokaži trditev:

Če obstaja obratna matrika matrike A , tedaj je le-ta enolično določena.

2. [10] Dokaži trditev:

Če so y_1, y_2, y_3 linearno neodvisne rešitve homogenega dela linearne diferencialne enačbe 3. reda, tedaj je $C_1 y_1 + C_2 y_2 + C_3 y_3$ splošna rešitev te diferencialne enačbe.

3. [10]

(a) [5] Definiraj vektorski prostor V nad obsegom \mathcal{O} .

(b) [5] Naj bo V vektorski prostor polinomov stopnje kvečjemu dva in $W = \{ax^2 + bx \mid a, b \in \mathbb{R}\}$. Ali je $W \subset V$? Utemelji odgovor.

4. * [10] Navedi in dokaži Cauchy-Schwarzovo neenakost.

Vpisna številka

Priimek, ime

Smer: K KI

WA

Izpit pri predmetu MATEMATIKA II
Računski del
27. 8. 2020

Navodila:

- Pripravi osebni dokument.
- Ugasni in odstrani mobilni telefon. Uporaba knjig, zapiskov in kalkulatorja ni dovoljena.
- Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana. Na vsak dodaten list, ki je priložen k testni/izpitni poli, označi ime in priimek oz. vpisno številko, ter jasno označi katera naloga je reševana.
- Dovoljeni pripomočki so: kemični svinčnik, svinčnik, radirka, matematični priročnik in pripravljene listi s formulami.
- Čas reševanja je **75 minut**.

1. [10] Izračunaj

$$\int_{-\infty}^{\infty} 4^{-x^2} dx.$$

2. [20] Lik \mathcal{L} v ravnini je določen z množico

$$M = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid -1 \leq y \leq \ln(1 - x^2)\}.$$

(a) [10] Izračunaj obseg lika \mathcal{L} .(b) [10] Izračunaj volumen rotacijskega tela, ki ga dobimo z vrtenjem lika \mathcal{L} okoli osi y .3. [20] Naj bo $y = y(x)$. Reši diferencialno enačbo

$$y' + 6e^{-x} = y^2 e^x.$$

4. [10] Izračunaj determinanto reda n ,

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 & 0 & -1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & 3 & \dots & n-2 & n-1 & n \end{vmatrix}.$$

Vpisna številka

Priimek, ime

Smer: K KI

WA

Izpit pri predmetu MATEMATIKA II
Teoretični del
27. 8. 2020

Navodila:

- *Pripravi osebni dokument.*
 - *Ugasni in odstrani mobilni telefon. Dovoljeni pripomočki so samo pisala.*
 - *Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana.*
 - *Čas reševanja je 40 minut.*
-

1. [10]

(a) [5] Definiraj obratno matriko kvadratne matrike A .

(b) [5] Dokaži trditev:

Če obstaja obratna matrika matrike A , tedaj je le-ta enolično določena.

2. [10] Podaj primer Eulerjeve diferencialne enačbe 2. reda in jo prevedi na ustrezno linearno diferencialno enačbo ter reši samo njen homogeni del.

3. [10]

(a) [5] Definiraj nedoločeni integral funkcije $f : \mathcal{D} \subseteq \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$.

(b) [5] Naj bosta D in D' , $D \subseteq D'$, delitvi intervala $[a, b]$. Dokaži, da za zgornji Riemannovi vsoti velja

$$S_{D'}(f) \leq S_D(f).$$

4. [10] Dokaži Newton-Leibnizovo formulo.

Vpisna številka

Priimek, ime

Izpit pri predmetu MATEMATIKA II
Računski del
27. 8. 2020

Navodila:

- Pripravi osebni dokument.
 - Ugasni in odstrani mobilni telefon. Uporaba knjig, zapiskov in kalkulatorja ni dovoljena.
 - Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana. Na vsak dodaten list, ki je priložen k testni/izpitni poli, označi ime in priimek oz. vpisno številko, ter jasno označi katera naloga je reševana.
 - Dovoljeni pripomočki so: kemični svinčnik, svinčnik, radirka, matematični priročnik in pripravljene listi s formulami.
 - Čas reševanja je **75 minut**.
-

1. [15] Izračunaj

$$\int x \cdot (\arctan(x))^2 dx.$$

Namig: per-partes.

2. [15] Graf funkcije
- f
- ,
- $f(x) = 2 + \ln(1 - x^2)$
- , ki leži nad osjo
- x
- , zavrtimo okoli osi
- y
- . Izračunaj volumen nastalega rotacijskega telesa.

Namig: izračunaj inverz funkcije f in nato integriraj.

3. [15] Naj bo
- $y = y(x)$
- . Reši diferencialno enačbo

$$2y''' - 3y'' - 11y' = 3e^{2x} - 6y.$$

Rešitev: $y = C_1 e^{\frac{x}{2}} + C_2 e^{-2x} + C_3 e^{3x} - \frac{e^{2x}}{4}$.

4. [15] Reši matrično enačbo

$$BAX^T = I,$$

kjer je

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} \quad \text{in} \quad B = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Rešitev: ni rešitve.

Vpisna številka

Priimek, ime

Izpit pri predmetu MATEMATIKA II
Teoretični del
27. 8. 2020

Navodila:

- *Pripravi osebni dokument.*
 - *Ugasni in odstrani mobilni telefon. Dovoljeni pripomočki so samo pisala.*
 - *Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana.*
 - *Čas reševanja je 40 minut.*
-

1. **[10]** Za vsako od treh možnih rešitev sistema linearnih enačb podaj en tak sistem reda dva. Vse tri sisteme linearnih enačb tudi reši.
2. **[10]** Dokaži trditev:
Če sta y_1, y_2 linearno neodvisni rešitvi homogenega dela linearne diferencialne enačbe 2. reda, tedaj je $C_1 y_1 + C_2 y_2$ splošna rešitev te diferencialne enačbe.
3. **[10]** Naj bo $C \in \mathbb{R}$. Izpelji zvezi za nedoločeno integriranje:
 - (a) **[5]** $\int \frac{dx}{\cos^2 x} = \tan x + C,$
 - (b) **[5]** $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + a^2}} = \ln(x + \sqrt{x^2 + a^2}) + C.$
4. **[10]** Dokaži Newton-Leibnizovo formulo.

Vpisna številka

Priimek, ime

Smer K KT

WA

Izpit pri predmetu MATEMATIKA III
Računski del
25. 8. 2020

Navodila:

- Pripravi osebni dokument.
- Ugasni in odstrani mobilni telefon. Uporaba knjig, zapiskov in kalkulatorja ni dovoljena.
- Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana. Na vsak dodaten list, ki je priložen k testni/izpitni poli, označi ime in priimek oz. vpisno številko, ter jasno označi katera naloga je reševana.
- Dovoljeni pripomočki so: kemični svinčnik, svinčnik, radirka, matematični priročnik in pripravljene listi s formulami.
- Čas reševanja je **75 minut**.

1. [15] Funkcija f je podana s predpisom

$$f(x, y) = 2 - \sqrt{\frac{xy}{x - y + 1}}.$$

- (a) [8] Določi in skiciraj naravno definicijsko območje funkcije f .
 (b) [7] Če obstaja katera od nivojnic N_{-1} in N_3 , jo skiciraj.

Namig: (a) pomagaj si z WolframAlpha; (b) N_{-1} obstaja, N_3 pa ne.

2. [15] Določi pravilno štiristrano piramido tako, da bo njena vsota kvadratov dolžin robov enaka 16, njen volumen pa bo maksimalen.

Namig: (

3. [15] Linearna transformacija $\mathcal{A} : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}_2[x]$ je glede na standardni bazi vektorskih prostorov \mathbb{R}^3 in $\mathbb{R}_2[x]$ podana z matriko

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 1 \end{bmatrix}.$$

- (a) [10] Določi eksplicitni predpis linearne transformacije \mathcal{A} ter ji določi bazo jedra in bazo slike.
 (b) [5] Poišči vse vektorje \mathbb{R}^3 , v katerih je pripadajoča slika glede na linearno transformacijo \mathcal{A} linearna funkcija (polinom stopnje ena).

Namig: za eksplicitni predpis

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a - b \\ 2b - c \\ -a - b + c \end{bmatrix}$$

Iz koordinatnega vektorja razberi eksplicitni predpis.

4. **[15]** Reši diferencialno enačbo

$$x y(x) - \int_0^x y(x-t) dt = 1 - (1+x)e^{-x}.$$

Rešitev: uporabimo Laplaceovo transformacijo

$$-Y'(z) - \frac{Y(z)}{z} = \frac{1}{z(z+1)^2}.$$

Sedaj rešimo linearno DE.

Vpisna številka

Priimek, ime

Smer K KT

WA

Izpit pri predmetu MATEMATIKA III
Teoretični del
25. 8. 2020

Navodila:

- Pripravi osebni dokument.
 - Ugasni in odstrani mobilni telefon. Dovoljeni pripomočki so samo pisala.
 - Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana.
 - Čas reševanja je **40 minut**.
-

1. **[10]** Naj bo $A \in \mathbb{R}^+$ in naj bo $\mathbf{F}(r, \varphi, \alpha) = ((A+r \cos \alpha) \cos \varphi, (A+r \cos \alpha) \sin \varphi, r \sin \alpha)$ predpis vektorske funkcije. Izračunaj determinanto Jacobijeve matrike.

2. **[10]**

(a) **[5]** Definiraj Laplaceovo transformacijo.

(b) **[5]** Dokaži lastnost $\mathcal{L}(f(t-k))(z) = e^{-kz}(f(t))(z)$, če je za $k > 0$

$$f(t-k) = \begin{cases} f(t-k) & ; t \geq k \\ 0 & ; 0 \leq t < k. \end{cases}$$

3. **[10]**

(a) **[5]** Definiraj vektorski prostor V nad obsegom \mathcal{O} .

(b) **[5]** Naj bo V vektorski prostor polinomov stopnje kvečjemu dva in $W = \{ax^2 + bx \mid a, b \in \mathbb{R}\}$. Ali je $W \subset V$? Utemelji odgovor.

4. **[10]** Navedi in dokaži Taylorjevo formulo za funkcijo dveh spremenljivk.