

Vpisna številka

Priimek in ime

Smer: K KI

WA

Izpit pri predmetu MATEMATIKA A
Računski del
20. 8. 2024

Navodila:

- Pripravi osebni dokument. Ugasni in odstrani mobilni telefon. Uporaba knjig, zapiskov, rešenih nalog in kalkulatorja ni dovoljena.
 - Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji ter ga jasno in nedvoumno podaj. Naloge najprej rešuj na polo, nato na dodatne liste. Na vsak list, ki je priložen k testni/izpitni poli, označi ime in priimek oz. vpisno številko ter jasno označi katera naloga je reševana. V nasprotnem primeru naloge ne bodo točkovane.
 - Dovoljeni pripomočki so: kemični svinčnik, svinčnik, nalivno pero, ravnilo, radirka, pripravljeni listi s formulami, ki jih je pripravil asistent za izpit iz Matematike A.
 - Čas reševanja je **75 minut**.
-

1. [15] V kompleksni ravnini skiciraj množico točk

$$M = \{z \in \mathbb{C} \mid \operatorname{Im}(z^3) > 0\}.$$

2. [15] Funkciji f in g sta podani s predpisoma $f(x) = \arcsin\left(\frac{2x+1}{1-x}\right)$ in

$$g(x) = \begin{cases} \sin(x) & ; \quad x > 0 \\ 1 & ; \quad x \leq 0 \end{cases}.$$

- (a) Izračunaj naravno definicijsko območje funkcije f .
- (b) Izračunaj kompozitum $g \circ f$ in skiciraj graf tega kompozituma. Nadalje, ali je $g \circ f$ zvezna funkcija?
3. [20] Funkcija f je podana s predpisom $f(x) = \frac{\ln x - 1}{\sqrt{x}}$. Naj bo a ničla funkcije f in b tista točka, kjer f zavzame maksimum. Izračunaj volumen rotacijskega telesa, ki nastane pri vrtenju grafa funkcije f okoli osi x na intervalu $[a, b]$.
4. [10] Izračunaj

$$\int_1^{\infty} \frac{1}{x\sqrt{4x^2 - 1}} dx.$$

Vpisna številka

Priimek, ime

Smer: K KI

WA

Izpit pri predmetu MATEMATIKA A
Teoretični del
20. 8. 2024

Navodila:

- Pripravi osebni dokument.
 - Ugasni in odstrani mobilni telefon. Dovoljeni pripomočki so samo pisala.
 - Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana.
 - Čas reševanja je **40 minut**.
-

1. [10]

(a) [4] Izpelji polarni zapis kompleksnega števila z .

(b) [6] V polarnem zapisu izračunaj $\frac{z^2}{\bar{z}}$.

2. [5]

(a) [3] Definiraj limito zaporedja (a_n) .

(b) [2] Podaj primer zaporedja, ki ni konvergentno.

3. [15] Naj bo $f : \mathcal{D} \subseteq \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ funkcija.

(a) [5] Navedi definicijo naraščajoče funkcije f na $\mathcal{D}$.

(b) [10] Navedi in dokaži izrek, ki pove, kdaj je vsaj 2-krat odvedljiva funkcija f konveksna na intervalu $(a, b) \subset \mathcal{D}$.

4. [10]

(a) [5] Izpelji pravilo za nedoločeno integriranje: $\int \tan x \, dx = -\ln |\cos x| + C$, kjer je $C \in \mathbb{R}$.

(b) [5] Definiraj Riemannovo vsoto za omejeno funkcijo $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$.

Vpisna številka

Priimek, ime

WA

Izpit pri predmetu MATEMATIKA I
Računski del
20. 8. 2024

Navodila:

- Pripravi osebni dokument. Ugasni in odstrani mobilni telefon. Uporaba knjig, zapiskov, rešenih nalog in kalkulatorja ni dovoljena.
 - Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji ter ga jasno in nedvoumno podaj. Naloge najprej rešuj na polo, nato na dodatne liste. Na vsak list, ki je priložen k testni/izpitni poli, označi ime in priimek oz. vpisno številko ter jasno označi katera naloga je reševana. V nasprotnem primeru naloge ne bodo točkovane.
 - Dovoljeni pripomočki so: kemični svinčnik, svinčnik, nalivno pero, ravnilo, radirka, pripravljeni listi s formulami, ki jih je pripravil asistent za izpit iz Matematike I.
 - Čas reševanja je **75 minut**.
-

1. [15] V kompleksni ravnini skiciraj množico točk

$$M = \left\{ z \in \mathbb{C} \mid \frac{1}{\bar{z}} + \frac{1}{z} = 1 \right\}.$$

2. [15] Funkcija f je podana s predpisom

$$f(x) = \sqrt{\frac{x-1}{4-x^2}}.$$

Izračunaj naravno definicijsko območje funkcije f . Nadalje, izračunaj kompozitum $g \circ f$, kjer je

$$g(x) = \begin{cases} 1 & ; \quad x \leq 0 \\ x^2 & ; \quad x > 0 \end{cases},$$

in skiciraj graf tega kompozituma.

3. [15] Izračunaj spodnji limiti.

(a) $[7] \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt[3]{n + 2n^2 - n^3} + n),$

(b) $[8] \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^{2x} - x}{1 - x^2}.$

4. [15] Za katere vrednosti realnega parametra a bo normala na graf funkcije f , $f(x) = \sqrt{x^2 + x}$, v točki $T(1, y_0)$ hkrati tudi tangenta na graf funkcije g , $g(x) = a - x^2$? Poišči vse take parametre.

Vpisna številka

Priimek, ime

WA

Izpit pri predmetu MATEMATIKA I
Teoretični del
20. 8. 2024

Navodila:

- Pripravi osebni dokument.
 - Ugasni in odstrani mobilni telefon. Dovoljeni pripomočki so samo pisala.
 - Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana.
 - Čas reševanja je **40 minut**.
-

1. **[10]** Dana je množica $A = (-1, 3]$.
 - (a) **[3]** Poišči elemente množic $A \cap \mathbb{N}$, $A \cup \emptyset$ in $A \cap [2, 5]$.
 - (b) **[7]** Poišči vsa realna števila $x \in A$, za katera velja $|3 - x| < 1$.
2. **[5]**
 - (a) **[3]** Definiraj limito zaporedja (a_n) .
 - (b) **[2]** Podaj primer zaporedja, ki je konvergentno.
3. **[10]** Navedi in izpelji dve od znanih limit, s katerimi računamo limite preostalih funkcij.
4. **[15]** Naj bo $f : \mathcal{D} \subseteq \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ funkcija.
 - (a) **[4]** Navedi definicijo naraščajoče funkcije f na $\mathcal{D}$.
 - (b) **[8]** Navedi in dokaži izrek, ki pove, kdaj je odvedljiva funkcija f naraščajoča na $\mathcal{D}$.
 - (c) **[3]** Podaj primer funkcije f , ki ni naraščajoča na svojem definicijskem območju.

Vpisna številka

Priimek, ime

WA

Izpit pri predmetu MATEMATIKA II
Računski del
22. 8. 2024

Navodila:

- Pripravi osebni dokument. Ugasni in odstrani mobilni telefon. Uporaba knjig, zapiskov, rešenih nalog in kalkulatorja ni dovoljena.
 - Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji ter ga jasno in nedvoumno podaj. Naloge najprej rešuj na polo, nato na dodatne liste. Na vsak list, ki je priložen k testni/izpitni poli, označi ime in priimek oz. vpisno številko ter jasno označi katera naloga je reševana. V nasprotnem primeru naloge ne bodo točkovane.
 - Dovoljeni pripomočki so: kemični svinčnik, svinčnik, nalivno pero, ravnilo, radirka, pripravljeni listi s formulami, ki jih je pripravil asistent za izpit iz Matematike II.
 - Čas reševanja je **75 minut**.
-

1. [15] Izračunaj

(a) $\int \frac{\ln(1-x)}{x^2} dx,$

(b) $\int \frac{1}{\sin(2x) - 1} dx.$

2. [15] Lik $\mathcal{L}$ je v ravini določen z množico točk

$$M = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 1 - x \leq y \leq \sqrt{1 - x^2}\}.$$

Izračunaj površino rotacijskega telesa, ki nastane pri vrtenju lika $\mathcal{L}$ okoli osi x . Lik $\mathcal{L}$ tudi skiciraj.

3. [15] Naj bo $y = y(x)$. Reši diferencialno enačbo

$$2y''' - 3y'' + 8y' + 5y = 28 \sin(x).$$

4. [15] Izračunaj determinanto reda $n \in \mathbb{N}$.

$$\begin{vmatrix} -3 & -2 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 5 & -3 & -2 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 5 & -3 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & -3 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 5 & -3 \end{vmatrix} =$$

Vpisna številka

Priimek, ime

WA

Izpit pri predmetu MATEMATIKA II
Teoretični del
25. 8. 2022

Navodila:

- Pripravi osebni dokument.
 - Ugasni in odstrani mobilni telefon. Dovoljeni pripomočki so samo pisala.
 - Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana.
 - Čas reševanja je **40 minut**.
-

1. **[10]** Definiraj enoto in nasprotno (oz. obratno) matriko za
 - (a) **[5]** seštevanje kvadratnih matrik reda 3,
 - (b) **[5]** množenje kvadratnih matrik reda 3.
2. **[10]** Naj bo A obrnljiva matrika. Dokaži, da je tedaj njej obratna matrika enolično določena.
3. **[10]** Naj bosta y_1 in y_2 linearno neodvisni rešitvi homogenega dela linearne diferencialne enačbe drugega reda $y'' + a_1y' + a_0y = 0$.
 - (a) **[6]** Glede na vse tri možnosti tipa ničel pripadajočega karakterističnega polinoma zapiši za vsako posebej y_1 in y_2 .
 - (b) **[4]** Ali je lahko $y_1 = \sin x$ in $y_2 = e^x$? Utemelji odgovor.
4. **[10]** Navedi in dokaži zvezo med nedoločenim in določenim integralom.

Vpisna številka

Priimek in ime

Smer: K KI

WA

Izpit pri predmetu MATEMATIKA B
Računski del
22. 8. 2024

Navodila:

- Pripravi osebni dokument. Ugasni in odstrani mobilni telefon. Uporaba knjig, zapiskov, rešenih nalog in kalkulatorja ni dovoljena.
 - Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji ter ga jasno in nedvoumno podaj. Naloge najprej rešuj na polo, nato na dodatne liste. Na vsak list, ki je priložen k testni/izpitni poli, označi ime in priimek oz. vpisno številko ter jasno označi katera naloga je reševana. V nasprotnem primeru naloge ne bodo točkovane.
 - Dovoljeni pripomočki so: kemični svinčnik, svinčnik, nalivno pero, ravnilo, radirka, pripravljene listi s formulami, ki jih je pripravil asistent za izpit iz Matematike B.
 - Čas reševanja je **75 minut**.
-

1. [12] Naj bo

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 4 & -1 \\ -2 & -3 & 1 \\ -2 & -3 & 0 \end{bmatrix}.$$

Za poljuben $n \in \mathbb{N}$ izračunaj A^n .

2. [18] Naj bo $y = y(x)$. Reši diferencialno enačbo

$$y' + y^2 = \tan^2 x + \frac{1}{\cos^2 x}.$$

3. [15] Linearna transformacija $\mathcal{A} : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}_2[x]$ je glede na standardni bazi vektorskih prostorov domene in kodomene podana z matriko A ,

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -3 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & -2 \end{bmatrix}.$$

Poišči eksplicitni predpis, bazo jedra in bazo slike linearne transformacije $\mathcal{A}$.

4. [15] Naj bo $x = x(t)$, $y = y(t)$ in $z = z(t)$. Reši sistem diferencialnih enačb

$$\begin{aligned} x' &= x - y - z \\ y' &= 2x + 2y + z \\ z' &= 2x - y \end{aligned}$$

Vpisna številka

Priimek, ime

Smer: K KI

WA

Izpit pri predmetu MATEMATIKA B
Teoretični del
22. 8. 2024

Navodila:

- Pripravi osebni dokument.
 - Ugasni in odstrani mobilni telefon. Dovoljeni pripomočki so samo pisala.
 - Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana.
 - Čas reševanja je **40 minut**.
-

1. **[10]** Izpelj metodo variacije konstant za linearno diferencialno enačbo tretjega reda s konstantnimi koeficienti.
2. **[10]**
 - (a) **[4]** Definiraj obratno matriko kvadratne matrike A .
 - (b) **[6]** Dokaži, da za obrnljivi matriki A in B velja $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$.
3. **[10]**
 - (a) **[5]** Definiraj linearno lupino množice S v vektorskem prostoru V .
 - (b) **[5]** Poišči linearno lupino množice $S = \{2 - x, x^3 + 1, x\}$ v vektorskem prostoru $\mathbb{R}_3[x]$.
4. **[10]** Dokaži trditev:
Naj bo A kvadratna matrika reda n . Če je A diagonalizabilna, tedaj ima A n linearno neodvisnih lastnih vektorjev.

Vpisna številka

Priimek in ime

Smer: K KI

WA

Izpit pri predmetu MATEMATIKA C
Računski del
20. 8. 2024

Navodila:

- Pripravi osebni dokument. Ugasni in odstrani mobilni telefon. Uporaba knjig, zapiskov, rešenih nalog in kalkulatorja ni dovoljena.
 - Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji ter ga jasno in nedvoumno podaj. Naloge najprej rešuj na polo, nato na dodatne liste. Na vsak list, ki je priložen k testni/izpitni poli, označi ime in priimek oz. vpisno številko ter jasno označi katera naloga je reševana. V nasprotnem primeru naloge ne bodo točkovane.
 - Dovoljeni pripomočki so: kemični svinčnik, svinčnik, nalivno pero, ravnilo, radirka, pripravljeni listi s formulami, ki jih je pripravil asistent za izpit iz Matematike C.
 - Čas reševanja je **75 minut**.
-

1. [15] Poišči rešitev enačbe

$$y'(t) - 2 \int_0^t \cos(\tau) y(t - \tau) d\tau = \sin t,$$

kjer je $y(0) = 0$.

2. [15] Poišči maksimum funkcije f , ki je podana s predpisom $f(x, y, z) = xy^2z^3$, na tistem delu ravnine z enačbo $x + y + z = 12$, ki leži v prvem oktantu. Nadalje, izračunaj odvod funkcije f v točki $(1, 1, 1)$ v smeri gradienta.
3. [15] Izračunaj ploščino območja, ki ga omejuje krivulja $\mathcal{K}$ z enačbo

$$(x^2 + y^2)^2 = 2(y^2 - x^2).$$

Krivuljo $\mathcal{K}$ tudi skiciraj.

4. [15] Telo G je v prostoru $\mathbb{R}^3$ določeno takole

$$0 \leq z \leq 2 - y \quad \text{in} \quad x^2 + y^2 \leq 1,$$

pri tem pa velja, da je rob telesa ∂G orientiran v smeri zunanje normale. Izračunaj

$$\iint_{\partial G} (yz + z^2 - 2z) dP.$$

Vpisna številka

Priimek, ime

Smer: K KI

WA

Izpit pri predmetu MATEMATIKA C
Teoretični del
20. 8. 2024

Navodila:

- Pripravi osebni dokument.
 - Ugasni in odstrani mobilni telefon. Dovoljeni pripomočki so samo pisala.
 - Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana.
 - Čas reševanja je **40 minut**.
-

1. **[5]** Za vektorsko funkcijo s predpisom $F(r, \varphi, z) = (r \cos \varphi, r \sin \varphi, z)$ poišči determinanto Jacobijeve matrike.
2. **[15]** Naj bo $f : D \subseteq \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ funkcija.
 - (a) **[5]** Definiraj lokalni maksimum funkcije f v točki $(a, b) \in D$.
 - (b) **[5]** Podaj primer funkcije $f : D \subseteq \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, ki v stacionarni točki nima lokalnega ekstrema. Utemelji svojo izbiro.
 - (c) **[5]** Definiraj odvod funkcije f v točki $(a, b) \in D$ v smeri $s = (s_1, s_2)$.
3. **[10]** Izpelj formulo za izračun ploskovnega integrala vektorskega polja $\vec{F}$ (oz. pretok) po usmerjeni ploskvi $\mathcal{S}$, ki je orinetirana z normalo $\vec{r}_u \times \vec{r}_v$, kjer je $\vec{r}$ regularna parametrizacija ploskve $\mathcal{S}$.
4. **[10]** Izpelj pravili Laplaceove transformacije, $a > 0$:
 - (a) **[5]** $\mathcal{L}(e^{at}f(t))(z)$ in
 - (b) **[5]** $\mathcal{L}(f(at))(z)$.