

Vpisna številka

Priimek, ime

Izpit pri predmetu MATEMATIKA 1

Računski del

24. 8. 2016

Navodila:

- *Pripravi osebni dokument.*
 - *Ugasni in odstrani mobilni telefon. Uporaba knjig in zapiskov ni dovoljena.*
 - *Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana.*
 - *Dovoljeni pripomočki so: kemični svinčnik, svinčnik, nalivno pero, radirka, matematični priročnik in pripravljene listi s formulami.*
 - *Čas reševanja je 75 minut.*
-

1. [10] Poišči realne rešitve enačbe

$$|4 - x| - |x - 1| = 1.$$

2. [10] Poišči lokalne ekstreme funkcije f , $f(x) = \sqrt{x^2 + 2x}$.

3. [10] Izračunaj

$$\int_1^e 5x^{\frac{3}{2}} \ln x \, dx.$$

4. [10] Poišči splošno rešitev diferencialne enačbe

$$y' - \frac{2y}{x} = x^2.$$

5. [10] Reši matrično enačbo

$$AX - A = 6I - A,$$

kjer je

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 0 & 2 \\ -2 & 4 & 2 \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix}.$$

Vpisna številka

Priimek, ime

Izpit pri predmetu MATEMATIKA 1
Teoretični del
24. 8. 2016

Navodila:

- *Pripravi osebni dokument.*
 - *Ugasni in odstrani mobilni telefon. Dovoljeni pripomočki so samo pisala.*
 - *Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana.*
 - **Čas reševanja je 40 minut.**
-

1. **[10]** Izpelj polarni zapis kompleksnega števila in pojasni geometrijski pomen le-tega v kompleksni ravnini.

2. **[15]** Navedi in dokaži Newton-Leibnizovo formulo (le-ta je posledica zveze med določenim in nedoločenim integralom).

3. **[10]** Zapiši splošno obliko linearne diferencialne enačbe drugega reda s konstantnimi koeficienti ter opiši potek njenega reševanja.

4. **[15]** Navedi in dokaži Cramerjevo pravilo za reševanje sistemov linearnih enačb.

Vpisna številka

Priimek, ime

Smer: K KT

WA

Izpit pri predmetu MATEMATIKA I
Računski del
22. 8. 2016

Navodila:

- *Pripravi osebni dokument.*
 - *Ugasni in odstrani mobilni telefon. Uporaba knjig in zapiskov ni dovoljena.*
 - *Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana.*
 - *Dovoljeni pripomočki so: kemični svinčnik, svinčnik, nalivno pero, radirka, matematični priročnik in pripravljene listi s formulami.*
 - **Čas reševanja je 75 minut.**
-

1. [15] Naj bo $z \in \mathbb{C}$ in $\operatorname{Re}(z) > 1$. Dokaži neenakost

$$\left| \frac{1}{z} - \frac{1}{2} \right| < \frac{1}{2}.$$

2. [15] Funkcija f je podana s predpisom

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{x}}{\ln(x^2 - 3)} & ; x < -2 \\ p(x) & ; -2 \leq x \leq 0, \\ \frac{x - \sin(5x)}{1 - e^{2x}} & ; x > 0 \end{cases}$$

kjer je p polinom prve stopnje. Poišči eksplicitni predpis polinoma p , da bo funkcija f zvezna na množici realnih števil.

3. [15] Za katere vrednosti realne vrednosti parametra x vrsta

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{x^n + 1}$$

konvergira? Utemelji!

4. **[15]** Krivulji \mathcal{K}_1 in \mathcal{K}_2 sta podani takole

$$\mathcal{K}_1 : x^2y^2 + y^4 = 1 \quad \text{in} \quad \mathcal{K}_2 : x^2 + y^2 = 4.$$

Pod kakšnim kotom se sekata krivulji \mathcal{K}_1 in \mathcal{K}_2 ? Utemelji!

Vpisna številka

Priimek, ime

Smer: K KT

WA

Izpit pri predmetu MATEMATIKA I
Teoretični del
22. 8. 2016

Navodila:

- *Pripravi osebni dokument.*
 - *Ugasni in odstrani mobilni telefon. Dovoljeni pripomočki so samo pisala.*
 - *Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana.*
 - **Čas reševanja je 40 minut.**
-

1. [10]

- (a) [5] Na množici kompleksnih števil $\mathbb{C} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ vpelji binarni operaciji seštevanja in množenja tako, da bo množica \mathbb{C} obseg.
- (b) [5] Za operacijo množenja poišči enoto in obratni element.

2. [10]

- (a) [5] Podaj primer konvergentnega zaporedja, katerega limita je število 2.
- (b) [5] Iz zaporedja iz točke (a) tvori številsko vrsto. Ali je tako dobljena vrsta konvergentna? Odgovor utemelji.

3. [15] Naj bo p trditev, da je f konstantna funkcija, ter q trditev, da je prvi odvod funkcije f enak 0. Dokaži tisto(e) trditev(trditve), ki je(so) resnične:

a) $p \Leftrightarrow q$,

b) $p \Rightarrow q$,

c) $q \Rightarrow \neg p$.

4. **[5]** S predpisom podaj primer racionalne funkcije, ki ima za asimptoto nelinearno funkcijo. Poišči to asimptoto.

Vpisna številka

Priimek, ime

WA

Izpit pri predmetu MATEMATIKA I
Računski del
22. 8. 2016

Navodila:

- *Pripravi osebni dokument.*
 - *Ugasni in odstrani mobilni telefon. Uporaba knjig in zapiskov ni dovoljena.*
 - *Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana.*
 - *Dovoljeni pripomočki so: kemični svinčnik, svinčnik, nalivno pero, radirka, matematični priročnik in pripravljene listi s formulami.*
 - *Čas reševanja je 75 minut.*
-

1. [15] Nad množico realnih števil poišči rešitve neenačbe

$$2|x| - |x^2 - 4x| \leq 3.$$

2. [20] Skiciraj grafa funkcij f in g ,

$$f(x) = \begin{cases} 0 & ; x \leq 0 \\ \frac{x}{x+1} & ; x > 0 \end{cases} \quad \text{in} \quad g(x) = \begin{cases} e^{x+1} & ; x \leq -1 \\ \ln(x+2) & ; x > -1, \end{cases}$$

ter izračunaj $f \circ g$ in $g \circ f$.

3. [10] Izračunaj

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{e^x - 1}{x} \right)^{\frac{1}{x}}.$$

4. [15] Funkcija f je podana s predpisom

$$f(x) = \frac{\sqrt{x}}{x+2}.$$

- (a) Ali obstajajo lokalni ekstremi funkcije f ? Če obstajajo, jih določi.
- (b) Določi intervale naraščanja in padanja funkcije f .

Vpisna številka

Priimek, ime

Izpit pri predmetu MATEMATIKA I
Teoretični del
22. 8. 2016

Navodila:

- *Pripravi osebni dokument.*
 - *Ugasni in odstrani mobilni telefon. Dovoljeni pripomočki so samo pisala.*
 - *Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana.*
 - **Čas reševanja je 40 minut.**
-

1. **[10]** Izpelji pravilo za deljenje kompleksnih števil v polarnem zapisu.

2. **[10]** Definiraj Taylorjev polinom $Q_n(x)$, $n \geq 2$, (vsaj) n -krat odvedljive funkcije f v okolici točke a in pokaži, da je $Q_n''(a) = f''(a)$.

3. [10] Naj bo p trditev, da je f konstantna funkcija, ter q trditev, da je prvi odvod funkcije f enak 0. Dokaži tisto(e) trditev(trditve), ki je(so) resnične:

a) $p \Leftrightarrow q$,

b) $p \Rightarrow \neg q$,

c) $q \Rightarrow \neg p$.

4. **[10]** S predpisom podaj primer racionalne funkcije f , ki ima za asimptoto linearno funkcijo. Poišči to asimptoto in skiciraj graf funkcije f .

Vpisna številka

Priimek, ime

Smer: K KT WA

Izpit pri predmetu MATEMATIKA II
Računski del
24. 8. 2016

Navodila:

- *Pripravi osebni dokument.*
 - *Ugasni in odstrani mobilni telefon. Uporaba knjig, zapiskov in kalkulatorja ni dovoljena.*
 - *Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana.*
 - *Dovoljeni pripomočki so: kemični svinčnik, svinčnik, radirka, matematični priročnik in pripravljene listi s formulami.*
 - *Čas reševanja je 75 minut.*
-

1. [20] Izračunaj

(a) $\int \frac{1}{x^2 + x\sqrt{x^2 + 4}} dx,$

(b) $\int_{-\infty}^{\infty} (1 - x)e^{-|x|} dx.$

2. **[15]** Lik v ravnini je določen z množico točk

$$A = \{(x, y) \mid 0 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq f(x)\},$$

kjer je $f : [0, 2] \rightarrow \mathbb{R}$ določena s predpisom

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{x} & ; \quad x \leq 1 \\ 2 - x & ; \quad x > 1. \end{cases}$$

Izračunaj volumen rotacijskega telesa, ki ga dobimo tako, da lik zavrtimo okoli osi y .

3. [15] Poišči rešitev diferencialne enačbe

$$xy'' - y' = 4 - x.$$

Pomagaj si s potenčno vrsto.

4. **[10]** Izračunaj derminanto matrike $A \in M_n(\mathbb{R})$,

$$A = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 & \dots & -1 & -1 \\ 2 & 0 & 2 & \dots & 2 & 2 \\ -3 & -3 & 0 & \dots & -3 & -3 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ (-1)^{n-1}(n-1) & (-1)^{n-1}(n-1) & (-1)^{n-1}(n-1) & \dots & 0 & (-1)^{n-1}(n-1) \\ (-1)^n n & (-1)^n n & (-1)^n n & \dots & (-1)^n n & 0 \end{bmatrix}.$$

Vsak korak utemelji!

Vpisna številka

Priimek, ime

Smer: K KT

WA

Izpit pri predmetu MATEMATIKA II
Teoretični del
24. 8. 2016

Navodila:

- *Pripravi osebni dokument.*
 - *Ugasni in odstrani mobilni telefon. Dovoljeni pripomočki so samo pisala.*
 - *Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana.*
 - **Čas reševanja je 40 minut.**
-

1. [10]

- (a) [5] Definiraj spodnjo Riemannovo vsoto na intervalu $[a, b]$ omejene funkcije f . Ali je spodnja Riemannova vsota na intervalu omejene funkcije f enolično določena?
- (b) [5] Kaj velja za spodnjo in zgornjo Riemannovo vsoto funkcije f glede na delitvi D in D' , če je $D' \subseteq D$? Lastnost dokaži.

2. **[10]** Dani sta kvadratni matriki reda n

$$A = \begin{cases} a_{ij} & ; i \geq j \\ 0 & ; i < j \end{cases} \quad \text{in} \quad D = \begin{cases} d_{ij} & ; i = j \\ 0 & ; i \neq j \end{cases} .$$

Poišči produkt AD in ga zapiši na enak način, kot sta podani matriki A in D .

3. **[10]** Koliko neznank, enačb in kakšen rang mora imeti sistem linearnih enačb, da bo imel 3-parametrično rešitev?

4. **[10]** V splošnem podaj linearno diferencialno enačbo tretjega reda s konstantnimi koeficienti in za ta tip diferencialne enačbe izpelji metodo variacije konstant.

Vpisna številka

Priimek, ime

Izpit pri predmetu MATEMATIKA II
Računski del
24. 8. 2016

Navodila:

- *Pripravi osebni dokument.*
 - *Ugasni in odstrani mobilni telefon. Uporaba knjig, zapiskov in kalkulatorja ni dovoljena.*
 - *Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana.*
 - *Dovoljeni pripomočki so: kemični svinčnik, svinčnik, radirka, matematični priročnik in pripravljene listi s formulami.*
 - *Čas reševanja je 75 minut.*
-

1. [20] Poišči rešitve matrične enačbe

$$(AX)^T + A = 2X^T + B,$$

kjer je

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 1 & 1 \\ 5 & 3 & 0 \\ 1 & 3 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{in} \quad B = \begin{bmatrix} 9 & 1 & 1 \\ 5 & 7 & 0 \\ 1 & 3 & 5 \end{bmatrix}.$$

2. [20]

(a) Izračunaj $\int \frac{1}{2 + \cos x + \sin x} dx$.

(b) Izračunaj volumen rotacijskega telesa, ki ga dobimo z vrtenjem grafa funkcije f , $f(x) = \sqrt[4]{4 + 3x - x^2}$, okoli osi x na definicijskem območju funkcije f .

3. [20] Poišči splošno rešitev diferencialne enačbe

$$y''' - 3y'' - 8y' + 30y = 74e^{-3x}.$$

Vpisna številka

Priimek, ime

Izpit pri predmetu MATEMATIKA II
Teoretični del
24. 8. 2016

Navodila:

- *Pripravi osebni dokument.*
 - *Ugasni in odstrani mobilni telefon. Dovoljeni pripomočki so samo pisala.*
 - *Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana.*
 - **Čas reševanja je 40 minut.**
-

1. **[10]** Naj bo A zgornje trikotna matrika reda n in D diagonalna matrika enakega reda. Poišči produkt matrik A in D .

2. **[10]** Navedi in dokaži Cramerjevo pravilo.

3. [10]

- (a) [5] Definiraj Riemannovo vsoto na intervalu $[a, b]$ omejene funkcije f . Ali je Riemannova vsota na intervalu omejene funkcije f enolično določena?
- (b) [5] Definiraj integrabilnost na intervalu $[a, b]$ omejene funkcije f .

4. **[10]** V splošni obliki zapiši linearno diferencialno enačbo drugega reda s konstantnimi koeficienti in za ta tip diferencialne enačbe izpelji metodo variacije konstant.

Vpisna številka

Priimek, ime

Smer K KT

WA

Izpit pri predmetu MATEMATIKA III
Računski del
22. 8. 2016

Navodila:

- *Pripravi osebni dokument.*
 - *Ugasni in odstrani mobilni telefon. Uporaba knjig, zapiskov in kalkulatorja ni dovoljena.*
 - *Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana.*
 - *Dovoljeni pripomočki so: kemični svinčnik, svinčnik, radirka, matematični priročnik in pripravljene listi s formulami.*
 - *Čas reševanja je 75 minut.*
-

1. [15] Funkcija je podana s predpisom f , $f(x, y) = \ln(\sqrt{x} + \sqrt{x+y} + 1)$.

- Določi naravno definicijsko območje funkcije f in ga skiciraj.
- Če obstajajo, skiciraj nivojnice N_0 , N_{-1} in N_1 .

2. [15] Transformacija $\mathcal{A} : \mathbb{R}_2[x] \rightarrow M_2(\mathbb{R})$ je podana s predpisom

$$\mathcal{A}(p) = \begin{bmatrix} p(0) & p'(1) + p'(-1) \\ 0 & p(0) \end{bmatrix}.$$

- (a) Preveri, da je transformacija \mathcal{A} linearna ter ji poišči jedro in sliko.
- (b) Poišči matriko transformacije \mathcal{A} , če je $\mathcal{B}_1 = \{1, 1 + x, 1 + x^2\}$.

3. [15] Krivulja \mathcal{K} je podana kot presek ploskev

$$x^2 + y^2 + z^2 = 3 \quad \text{in} \quad x^2 + y^2 = \frac{x}{4},$$

kjer je $z \geq 0$.

(a) Skiciraj krivuljo \mathcal{K} .

(b) Ali katera od točk $A_1(1, 1, 1)$ in $A_2(\frac{1}{4}, 0, \frac{\sqrt{47}}{4})$ leži na krivulji \mathcal{K} ? Če leži, v njej izračunaj enačbo tangente na krivuljo \mathcal{K} .

4. **[15]** Poišči rešitev diferencialne enačbe

$$2y'(x) + xy''(x) = \sqrt{x^3}$$

pri pogoju, da je $y(0) = 1$.

Vpisna številka

Priimek, ime

Smer K KT

Izpit pri predmetu MATEMATIKA III
Teoretični del
22. 8. 2016

Navodila:

- *Pripravi osebni dokument.*
 - *Ugasni in odstrani mobilni telefon. Dovoljeni pripomočki so samo pisala.*
 - *Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana.*
 - **Čas reševanja je 40 minut.**
-

1. **[10]** Navedi in dokaži izrek ki pove, kdaj sta mešana parcialna odvoda funkcije f v točki (a, b) enaka.
(Utemelji, kje v dokazu se uporabijo predpostavke izreka.)

2. **[10]** Definiraj tangentno ravnino na ploskev P in izpelji njeno enačbo v primeru, da je P podana implicitno.

3. **[10]** Navedi in dokaži izrek, ki pravi, da lahko vsaki linearni transformaciji $f : \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^n$ priredimo matriko.

4. **[10]** Definiraj konvolucijo Laplaceove transformacije in jo uporabi na konkretnem primeru, kjer ena od inverznih Laplaceovih transformirank ni eksponentna funkcija.

Vpisna številka

Priimek, ime

Izpit pri predmetu MATEMATIKA II
Računski del
24. 8. 2016

Navodila:

- *Pripravi osebni dokument.*
 - *Ugasni in odstrani mobilni telefon. Uporaba knjig, zapiskov in kalkulatorja ni dovoljena.*
 - *Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana.*
 - *Dovoljeni pripomočki so: kemični svinčnik, svinčnik, radirka, matematični priročnik in pripravljene listi s formulami.*
 - *Čas reševanja je 75 minut.*
-

1. [10] Dana je množica vektorjev

$$M = \{(1, 0, 0, 1), (2, -1, 1, 1), (0, 1, 0, 1)\}$$

- [5] Dokaži, da množica M ni baza prostora \mathbb{R}^4 .
- [5] Dopolni množico M tako, da bo baza prostora \mathbb{R}^4 . Utemelji.

2. **[10]** Poišči dimenzijo slike (rang) in jedra (defekt) linearne transformacije $\mathcal{A} : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$, ki je je podana s predpisom

$$\mathcal{A}(x, y, z) = (x + y - z, 2x + y + 2z, 2y - 8z).$$

3. [15] Poišči ekstreme funkcije f ,

$$f(x, y) = 3 \ln x + 2 \ln y + \ln(22 - x - y).$$

4. [15] Z uporabo Laplaceove transformacije reši sistem diferencialnih enačb

$$x' = -y$$

$$y' = 2x + 2y,$$

če je $x(0) = y(0) = 1$.

Vpisna številka

Priimek, ime

Izpit pri predmetu MATEMATIKA II
Teoretični del
22. 8. 2016

Navodila:

- *Pripravi osebni dokument.*
 - *Ugasni in odstrani mobilni telefon. Dovoljeni pripomočki so samo pisala.*
 - *Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana.*
 - **Čas reševanja je 40 minut.**
-

1. **[10]** Dokaži izrek:

Če je množica \mathcal{B} baza vektorskega prostora \mathcal{V} , tedaj lahko vsak vektor $x \in \mathcal{V}$ na enoličen način zapišemo kot linearno kombinacijo vektorjev iz \mathcal{B} .

2. **[10]** Izračunaj odvod funkcije $z = f(x, y)$, kjer sta x, y odvisni od novih spremenljivk u in v , torej je $x = x(u, v)$ in $y = y(u, v)$.

3. **[10]** Zapiši Jacobijevo matriko vektorske funkcije $F : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^4$.

4. **[20]** Izpelji naslednji pravili Laplaceove transformacije:

(a) **[10]** linearnost,

(b) **[10]** $\mathcal{L}(f''(t))(z)$.