

Računski del izpita pri predmetu MATEMATIKA I
7. 2. 2013

Čas reševanja je **75 minut**. Navodila:

- Pripravi osebni dokument.
- Ugasni in odstrani mobilni telefon. Uporaba knjig in zapiskov ni dovoljena.
- Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana.
- Dovoljeni pripomočki so: kemični svinčnik, svinčnik, radirka, kalkulator (ki ne izrisuje grafov), matematični priročnik in pripravljene listi s formulami.

1. [20] Dana je funkcija $f(x) = \sqrt{6 - 5x - x^2}$.

- (a) Določi naravno definicijsko območje funkcije.
- (b) Izračunaj in klasificiraj ekstreme funkcije.

2. [15] Poišči splošno rešitev diferencialne enačbe

$$xy' + 2y = 5x^3 - 3x.$$

3. [15] Reši matrično enačbo

$$2X^T + (XA)^T = A,$$

kjer je

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 3 \\ 0 & -3 & 4 \\ -8 & 2 & -5 \end{bmatrix}.$$

UM FKKT
Kemijška tehnologija
Visokošolski strokovni program

Vpisna številka:
Ime priimek:

Teoretični del pri predmetu MATEMATIKA I
7. 2. 2013

Čas reševanja je **40 minut**. Navodila:

- *Dovoljeni pripomočki so: pisala.*

1. **[15]** Definiraj monotonost in omejenost zaporedja. Podaj primer zaporedja, ki ima obe lastnosti.

2. **[15]** Pojasni metodo variacije konstant pri reševanju linearnih diferencialnih enačb.

3. **[20]** Navedi in dokaži Cramerjevo pravilo.

UM FKKT
Kemijška tehnologija, Kemija
Bolonjski univerzitetni program

Vpisna številka:
Ime priimek:
Smer: KT K
Mathematica: DA NE

Računski del izpita pri predmetu MATEMATIKA I
5. 2. 2013

Čas reševanja je **75 minut**.

Navodila:

- *Pripravi osebni dokument.*
- *Ugasni in odstrani mobilni telefon. Uporaba knjig in zapiskov ni dovoljena.*
- *Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana.*
- *Dovoljeni pripomočki so: kemični svinčnik, svinčnik, radirka, kalkulator (ki ne izrisuje grafov), matematični priročnik in pripravljene listi s formulami.*

1. **[20]** V kompleksni ravnini skiciraj množico

$$A = \left\{ z \in \mathbb{C} ; |3z - iz + 1| = \sqrt{10} \right\}.$$

2. [20 (10+10)]

- (a) Preveri, če je rekurzivno zaporedje $a_{n+1} = \frac{a_n}{3} + 1$, $a_1 = -1$, monotono in konvergentno.

- (b) Izračunaj konvergenčni polmer potenčne vrste $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{20n-1}{20n+1} \right)^{n^2} x^n$.

3. **[20]** Dana je funkcija $f(x) = \sqrt{\frac{x}{4-x}}$.

(a) Določi definicijsko območje funkcije f ter klasificiraj lokalne ekstreme funkcije, če obstajajo.

(b) S pomočjo diferenciala izračunaj $\sqrt{\frac{2,10}{1,90}}$.

UM FKKT
Kemijška tehnologija, Kemija
Bolonjski univerzitetni program

Vpisna številka:
Ime priimek:

Teoretični del izpita pri predmetu MATEMATIKA I
5. 2. 2013

Čas reševanja je **40 minut**. Navodila:

- *Dovoljeni pripomočki so: pisala.*

1. **[10]** Pojasni, zakaj množica naravnih števil ni grupa za operacijo seštevanja. Ali je množica naravnih števil grupa za operacijo množenja? Utemelji odgovor!

2. [15] Navedi in dokaži Rolleov izrek.

3. [15] Navedi in dokaži Taylorjevo formulo (izrek o Taylorjevi vrsti).

UM FKKT
Kemijaska tehnologija
Bolonjski visokošolski program

Vpisna številka:
Ime priimek:
Mathematica DA NE

Računski del izpita pri predmetu MATEMATIKA I
5. 2. 2013

Čas reševanja je **75 minut**.

Navodila:

- *Pripravi osebni dokument.*
- *Ugasni in odstrani mobilni telefon. Uporaba knjig in zapiskov ni dovoljena.*
- *Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana.*
- *Dovoljeni pripomočki so: kemični svinčnik, svinčnik, radirka, kalkulator (ki ne izrisuje grafov), matematični priročnik in pripravljene listi s formulami.*

1. [20] Pošči vse realne rešitve neenačbe

$$\left| \frac{x-3}{x+6} \right| \leq 2.$$

2. **[20]** Dana je funkcija $f(x) = \frac{\ln(2x)}{x(x-1)}$.

(a) Določi naravno definicijsko območje funkcije f .

(b) Izračunaj $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$.

3. **[20]** Dana je funkcija $f(x) = \frac{2x^2}{4-x}$.

- (a) Zapiši Taylorjev polinom druge stopnje v okolici točke $a = 0$.
- (b) Poišči in klasificiraj lokalne ekstreme funkcije f .

UM FKKT
Kemijška tehnologija, Kemija
Bolonjski visokošolski program

Vpisna številka:
Ime priimek:

Teoretični del izpita pri predmetu MATEMATIKA I
5. 2. 2013

Čas reševanja je **40 minut**. Navodila:

- *Dovoljeni pripomočki so: pisala.*

1. **[10]** Ali je $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sin(2x) + 10$ bijektivna funkcija?
Utemelji odgovor!

2. **[15]** Navedi in izpelji dve od šestih znanih limit, s katerimi računamo limite ostalih funkcij.

3. [15] Navedi Rolleov izrek in geometrijsko pojasni njegov pomen.

Računski del izpita pri predmetu MATEMATIKA II
7. 2. 2013

Čas reševanja je **75 minut**.

Navodila:

- *Pripravi osebni dokument.*
- *Ugasni in odstrani mobilni telefon. Uporaba knjig in zapiskov ni dovoljena.*
- *Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana.*
- *Dovoljeni pripomočki so: kemični svinčnik, svinčnik, radirka, kalkulator (ki ne izrisuje grafov), matematični priročnik in pripravljene listi s formulami.*

1. **[20]** Dana je funkcija $f(x) = \ln(1 - x^2)$ in interval $I = [-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$.

- Izračunaj ploščino območja med grafom funkcije f in osjo x in intervalu I .
- Izračunaj dolžino loka, ki ga določa graf funkcije f na intervalu I .

Vse postopke izpelji!

2. **[20]** Poišči splošno rešitev diferencialne enačbe

$$y''' + 16y' = 48x^2.$$

3. [20] Za katere vrednosti realnega parametra a je sistem

$$\begin{aligned}ax + z &= a - 1 \\x + ay + 2z &= 0 \\-x + 2y + az &= 0\end{aligned}$$

enolično rešljiv? Utemelji! V tem primeru rešitve tudi poišči.

UM FKKT
Kemijška tehnologija, Kemija
Bolonjski univerzitetni program

Vpisna številka:
Ime priimek:
Smer:

Teoretični del izpita pri predmetu MATEMATIKA II
7. 2. 2013

Čas reševanja je **40 minut**. Navodila:

- *Dovoljeni pripomočki so: pisala.*

1. **[15]** Dokaži Newton-Leibnizovo formulo.

2. **[10]** Navedi primer (nehomogene) linearne diferencialne enačbe višjega reda s konstantnimi koeficienti, ki se ne da rešiti z nastavkom, ampak je treba uporabiti metodo variacije konstant. Opiši potek iskanja partikularne rešitve take diferencialne enačbe.

3. **[15]** Ali je množica obrnljivih matrik obseg za običajno definirani operaciji seštevanja in množenja? Utemelji odgovor.

Računski del izpita pri predmetu MATEMATIKA II
7. 2. 2013

Čas reševanja je **75 minut**.

Navodila:

- *Pripravi osebni dokument.*
- *Ugasni in odstrani mobilni telefon. Uporaba knjig in zapiskov ni dovoljena.*
- *Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana.*
- *Dovoljeni pripomočki so: kemični svinčnik, svinčnik, radirka, kalkulator (ki ne izrisuje grafov), matematični priročnik in pripravljene listi s formulami.*

1. [20] Izračunaj

(a) $\int \frac{\sin x}{1 - \cos x} dx,$

(b) $\int (x - 1) \ln(x - 1) dx.$

2. [20] Poišči rešitev diferencialne enačbe

$$xy' + 2y = 5x^3 - 3x.$$

3. [20]

$$2X^T + (XA)^T = A,$$

kjer je

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 3 \\ 0 & -3 & 4 \\ -8 & 2 & -5 \end{bmatrix}.$$

UM FKKT
Kemijška tehnologija
Bolonjski visokošolski program

Vpisna številka:
Ime priimek:

Teoretični del izpita pri predmetu MATEMATIKA II
7. 2. 2013

Čas reševanja je **40 minut**. Navodila:

- *Dovoljeni pripomočki so: pisala.*

1. **[15]** Navedi in dokaži Newton-Leibnizovo formulo.

2. **[10]** Napiši 3 različne tipe diferencialnih enačb prvega reda (podaj konkretne primere).

3. [15] Navedi in dokaži Cramerjevo pravilo.

Računski del izpita pri predmetu MATEMATIKA III
5. 2. 2013

Čas reševanja je **75 minut**.

Navodila:

- *Pripravi osebni dokument.*
- *Ugasni in odstrani mobilni telefon. Uporaba knjig in zapiskov ni dovoljena.*
- *Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana.*
- *Dovoljeni pripomočki so: kemični svinčnik, svinčnik, radirka, kalkulator (ki ne izrisuje grafov), matematični priročnik in pripravljene listi s formulami.*

1. **[20]** Dani so vektorji $v_1 = (1, 0, 4)$, $v_2 = (1, -1, 0)$ in $v_3 = (0, 0, 1)$ v vektorskem prostoru \mathbb{R}^3 .

(a) Dokaži, da v_1 , v_2 in v_3 tvorijo bazo.

(b) Na podlagi vektorjev v_1 , v_2 in v_3 tvori ortonormirano bazo prostora \mathbb{R}^3 .

2. **[20]** Poišči ekstreme funkcije

$$f(x, y) = xy(2x + 4y + 1).$$

3. **[20]** Razvij funkcijo $f(x) : [0, \frac{\pi}{4}] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sin(2x)$, v Fourierjevo vrsto po samih sinusih.

UM FKKT
Kemijška tehnologija, Kemija
Bolonjski univerzitetni program

Vpisna številka:
Ime priimek:
Smer:

Teoretični del izpita pri predmetu MATEMATIKA III
5. 2. 2013

Čas reševanja je **40 minut**. Navodila:

- *Dovoljeni pripomočki so: pisala.*

1. **[15]** Dokaži, da če je $m > n$, tedaj nobena množica m vektorjev ne more biti baza n -razsežnega vektorskega prostora.

2. [10] Pojasni (numerično) metodo reševanja sistemov nelinearnih enačb.

3. **[15]** Definiraj Laplaceovo transformiranko funkcije f in pojasni, kdaj je f funkcija eksponentnega tipa. Kaj lahko v tem primeru rečemo o obstoju njene Laplaceove transformiranke?

Računski del izpita pri predmetu MATEMATIKA II
5. 2. 2013

Čas reševanja je **75 minut**.

Navodila:

- *Pripravi osebni dokument.*
- *Ugasni in odstrani mobilni telefon. Uporaba knjig in zapiskov ni dovoljena.*
- *Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana.*
- *Dovoljeni pripomočki so: kemični svinčnik, svinčnik, radirka, kalkulator (ki ne izrisuje grafov), matematični priročnik in pripravljene listi s formulami.*

1. **[20]** Dani so vektorji $v_1 = (1, 0, 4)$, $v_2 = (1, -1, 0)$ in $v_3 = (0, 0, 1)$ v vektorskem prostoru \mathbb{R}^3 .

(a) Dokaži, da v_1 , v_2 in v_3 tvorijo bazo.

(b) Na podlagi vektorjev v_1 , v_2 in v_3 tvori ortonormirano bazo prostora \mathbb{R}^3 .

2. **[20]** Poišči ekstreme funkcije

$$f(x, y) = xy(2x + 4y + 1).$$

3. **[20]** Razvij funkcijo $f(x) : [0, \frac{\pi}{4}] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sin(2x)$, v Fourierjevo vrsto po samih sinusih.

UM FKKT
Kemijška tehnologija
Univerzitetni program

Vpisna številka:
Ime priimek:

Teoretični del izpita pri predmetu MATEMATIKA II
5. 2. 2013

Čas reševanja je **40 minut**. Navodila:

- *Dovoljeni pripomočki so: pisala.*

1. **[15]** Dokaži, da če je $m > n$, tedaj nobena množica m vektorjev ne more biti baza n -razsežnega vektorskega prostora.

2. [10] Pojasni (numerično) metodo reševanja sistemov nelinearnih enačb.

3. **[15]** Definiraj Laplaceovo transformiranko funkcije f in pojasni, kdaj je f funkcija eksponentnega tipa. Kaj lahko v tem primeru rečemo o obstoju njene Laplaceove transformiranke?