

Vpisna številka

Priimek in ime

Smer: K KI

WA

---

**Izpit pri predmetu MATEMATIKA I**  
**Računski del**  
**6. 2. 2020**

---

**Navodila:**

- *Pripravi osebni dokument.*
  - *Ugasni in odstrani mobilni telefon. Uporaba knjig in zapiskov ni dovoljena.*
  - *Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana. Na vsak dodaten list, ki je priložen k testni/izpitni poli, označi ime in priimek oz. vpisno številko, ter jasno označi katera naloga je reševana.*
  - *Dovoljeni pripomočki so: kemični svinčnik, svinčnik, radirka, matematični priročnik in pripravljene listi s formulami.*
  - *Čas reševanja je **75 minut**.*
- 

1. Poišči vse kompleksne rešitve enačbe

$$z^8 + 2z^4 + 2 = 0.$$

2. [10] Funkciji  $f$  in  $g$  sta podana s predpisoma

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2}{x-1} & ; x > 1 \\ \frac{1}{2^{x-1}} & ; x \leq 1 \end{cases} \quad \text{in} \quad g(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} & ; x > 0 \\ 1 & ; x \leq 0 \end{cases}.$$

Skiciraj grafa funkcij  $f$  in  $g \circ f$ .

3. [15] Poišči vsa realna števila  $x$ , za katere konvergira vrsta

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{(4x)^{n+2}}{(x^2 - 4)^n}.$$

4. [20] Funkcija  $f$  je podana s predpisom

$$f(x) = \ln \left( \frac{x^2}{2-x} \right).$$

- (a) [10] Ali obstajajo lokalni ekstremi funkcije  $f$ ? Če obstajajo, jih določi in klasificiraj.
- (b) [10] Izračunaj Taylorjev polinom v točki 1 reda 1 ter na intervalu  $[\frac{1}{2}, \frac{3}{2}]$  določi napako.

Vpisna številka

Priimek, ime

Smer: K KI

WA

---

**Izpit pri predmetu MATEMATIKA I**  
**Teoretični del**  
**6. 2. 2020**

---

**Navodila:**

- *Pripravi osebni dokument.*
  - *Ugasni in odstrani mobilni telefon. Dovoljeni pripomočki so samo pisala.*
  - *Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana.*
  - *Čas reševanja je **40 minut**.*
- 

1. **[10]** Pokaži, da so kompleksna števila brez enote za seštevanje grupa za množenje.

2. [10] Dokaži, da za konvergentni zaporedji  $(a_n)$  in  $(b_n)$  z limitama  $A$  in  $B$  velja

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n b_n = AB.$$

3. [10]

- (a) [5] Definiraj pojem diferenciability funkcije  $f$  v točki  $a$ .
- (b) [5] Z uporabo diferenciala čim natančneje izračunaj  $\sqrt[3]{9}$ .

4. [10]

- (a) [5] Definiraj strogo padajočo funkcijo na območju  $D$ .
- (b) [5] Z uporabo odvoda določi osnovo  $a$ , za katero je  $f(x) = \log_a x$  strogo padajoča funkcija.



Vpisna številka

Priimek in ime

Smer: K KI

WA

---

**Izpit pri predmetu MATEMATIKA A**  
**Računski del**  
**6. 2. 2020**

---

**Navodila:**

- Pripravi osebni dokument.
  - Ugasni in odstrani mobilni telefon. Uporaba knjig in zapiskov ni dovoljena.
  - Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana. Na vsak dodaten list, ki je priložen k testni/izpitni poli, označi ime in priimek oz. vpisno številko, ter jasno označi katera naloga je reševana.
  - Dovoljeni pripomočki so: kemični svinčnik, svinčnik, radirka, matematični priročnik in pripravljene listi s formulami.
  - Čas reševanja je **75 minut**.
- 

1. [10] Funkciji  $f$  in  $g$  sta podana s predpisoma

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2x}{x-1} & ; x > 1 \\ \frac{1}{2^{x-1}} & ; x \leq 1 \end{cases} \quad \text{in} \quad g(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} & ; x > 0 \\ 1 & ; x \leq 0 \end{cases}.$$

Skiciraj grafa funkcij  $f$  in  $g \circ f$ .

2. [15] Poišči vsa realna števila  $x$ , za katere konvergira vrsta

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{(4x)^{n+2}}{(x^2 - 4)^n}.$$

3. [20] Funkcija  $f$  je podana s predpisom

$$f(x) = \ln \left( \frac{x^2}{2-x} \right).$$

- (a) [10] Ali obstajajo lokalni ekstremi funkcije  $f$ ? Če obstajajo, jih določi in klasificiraj.
- (b) [10] Izračunaj Taylorjev polinom v točki 1 reda 1 ter na intervalu  $[\frac{1}{2}, \frac{3}{2}]$  določi napako.

4. [15] Izračunaj

$$\int \frac{1}{x^2 + \sqrt{1-x} - 1} dx.$$

Vpisna številka

Priimek, ime

Smer: K KI

WA

---

**Izpit pri predmetu MATEMATIKA A**  
**Teoretični del**  
**6. 2. 2020**

---

**Navodila:**

- *Pripravi osebni dokument.*
  - *Ugasni in odstrani mobilni telefon. Dovoljeni pripomočki so samo pisala.*
  - *Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana.*
  - *Čas reševanja je 40 minut.*
- 

1. [10] Dokaži, da za konvergenti zaporedji  $(a_n)$  in  $(b_n)$  z limitama  $A$  in  $B$  velja

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n b_n = AB.$$

2. [10]

- (a) [5] Definiraj pojem diferenciability funkcije  $f$  v točki  $a$ .
- (b) [5] Z uporabo diferenciala čim natančneje izračunaj  $\sqrt[3]{9}$ .

3. [10]

- (a) [5] Definiraj strogo padajočo funkcijo na območju  $D$ .
- (b) [5] Z uporabo odvoda določi osnovo  $a$ , za katero je  $f(x) = \log_a x$  strogo padajoča funkcija.

4. \* **[10]** Navedi in dokaži zvezo med določenim in nedoločenim integralom, katere posledica je Newton-Leibnizova formula.



Vpisna številka

Priimek, ime

WA

---

Izpit pri predmetu MATEMATIKA I  
Računski del  
6. 2. 2020

---

**Navodila:**

- Pripravi osebni dokument.
  - Ugasni in odstrani mobilni telefon. Uporaba knjig in zapiskov ni dovoljena.
  - Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana. Na vsak dodaten list, ki je priložen k testni/izpitni poli, označi ime in priimek oz. vpisno številko, ter jasno označi katera naloga je reševana.
  - Dovoljeni pripomočki so: kemični svinčnik, svinčnik, radirka, matematični priročnik in pripravljene listi s formulami.
  - Čas reševanja je **75 minut**.
- 

1. [15] Naj bo  $z \in \mathbb{C}$ . Reši enačbo

$$z^2 + 2i\bar{z} = \operatorname{Re}\left(\frac{2}{z+i}\right).$$

2. [15] Ali je zaporedje  $(a_n)$ , ki je podano s splošnim členom

$$a_n = \left( \frac{n^2 + 3}{n^2 + n} \right)^{\frac{n}{n^2+1}}$$

omejeno? Utemelji!

3. [15] Funkciji  $f$  in  $g$  sta podani s predpisoma

$$f(x) = \begin{cases} 2 - \sqrt{x+1} & ; x \geq 3 \\ -\ln(4-x) & ; x < 3 \end{cases} \quad \text{in} \quad g(x) = \begin{cases} \frac{1}{x-1} & ; x > 1 \\ 1-x & ; x \leq 1 \end{cases}.$$

(a) [10] Skiciraj grafa funkcij  $f$  in  $g$ .

(b) [5] Izračunaj  $g \circ f$ .

4. [20] Funkcija  $f$  je podana s predpisom

$$f(x) = \ln \left( \frac{3 - x^2}{x - 2} \right).$$

- (a) [10] Določi naravno definicijsko območje funkcije  $f$  ter intervale naraščanja in padanja funkcije  $f$ .
- (b) [10] Če obstajajo, določi in klasificiraj lokalne ekstreme funkcije  $f$ .

Vpisna številka

Priimek, ime

WA

---

**Izpit pri predmetu MATEMATIKA I**  
**Teoretični del**  
**6. 2. 2020**

---

**Navodila:**

- *Pripravi osebni dokument.*
  - *Ugasni in odstrani mobilni telefon. Dovoljeni pripomočki so samo pisala.*
  - *Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana.*
  - *Čas reševanja je 40 minut.*
- 

**1. [10]**

- (a) **[5]** Izpelji polarni zapis kompleksnega števila  $z = a + ib$ .
- (b) **[5]** Naj bo  $A$  množica vseh kompleksnih števil  $z$ , za katera je  $|\operatorname{Re}(z)| < 2$ . Nariši množico  $A$ .

2. [10] Dokaži, da za konvergentni zaporedji  $(a_n)$  in  $(b_n)$  z limitama  $A$  in  $B$  velja

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n + b_n) = A + B.$$

3. [10] Navedi in dokaži Lagrangeov izrek.

4. [10]

- (a) [5] Definiraj strogo naraščajočo funkcijo na  $\mathbb{R}$ .
- (b) [5] Z uporabo odvoda določi parametra  $a$  in  $b$  tako, da bo funkcija  $f$ , ki je podana s predpisom  $f(x) = ax + b$ , strogo naraščajoča na  $\mathbb{R}$ .



Vpisna številka

Priimek, ime

Smer: K KI

WA

---

**Izpit pri predmetu MATEMATIKA II**  
**Računski del**  
**30. 1. 2020**

---

**Navodila:**

- *Pripravi osebni dokument.*
  - *Ugasni in odstrani mobilni telefon. Uporaba knjig, zapiskov in kalkulatorja ni dovoljena.*
  - *Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana. Na vsak dodaten list, ki je priložen k testni/izpitni poli, označi ime in priimek oz. vpisno številko, ter jasno označi katera naloga je reševana.*
  - *Dovoljeni pripomočki so: kemični svinčnik, svinčnik, radirka, matematični priročnik in pripravljene listi s formulami.*
  - *Čas reševanja je 75 minut.*
- 

1. [15] Izračunaj

$$\int \arcsin(1 - \sqrt{x}) dx.$$

2. **[15]** Izračunaj volumen (posplošenega) rotacijskega telesa, ki nastane z vrtenjem grafa funkcije  $f : [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{1}{e^{2x}+1}$ , okoli  $x$  osi.

3. [15] Naj bo  $y = y(x)$ . Reši diferencialno enačbo

$$16y^{(4)} + y - 1 = 16y'' + e^{\frac{x}{2}}.$$

4. [15] Poišči vse realne parametre  $a$ , za katere sistem

$$\begin{aligned}x - y + 2z &= 1 \\2x - ay + z &= 2a \\2x + (a + 1)z &= 0\end{aligned}$$

ni enolično rešljiv. Kaj so v teh primerih rešitve? Če obstajajo, jih poišči.

Vpisna številka

Priimek, ime

Smer: K KI

WA

---

**Izpit pri predmetu MATEMATIKA II**  
**Teoretični del**  
**30. 1. 2020**

---

**Navodila:**

- *Pripravi osebni dokument.*
  - *Ugasni in odstrani mobilni telefon. Dovoljeni pripomočki so samo pisala.*
  - *Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana.*
  - *Čas reševanja je 40 minut.*
- 

1. [10]

- (a) [5] Definiraj inverzno matriko od kvadratne matrike  $A$ .
- (b) [5] Dokaži ali ovrzi s protiprimerom:  
Za poljubni kvadratni matriki  $B$  in  $C$  velja

$$(B + C)^T = B^T + C^T .$$

2. **[10]** Dokaži naslednjo trditev: za poljubno delitev  $D$  intervala  $[a, b]$  in omejeno funkcijo  $f$  velja

$$s_D(f) \leq S_D(f).$$

3. [10]

(a) [5] Definiraj Eulerjevo funkcijo  $\Gamma$ .

(b) [5] Dokaži da za vsako naravno število  $n$  velja  $\Gamma(n + 1) = n!$ .

4. **[10]** Izpelji metodo variacije konstant za iskanje partikularne rešitve linearne diferencialne enačbe 3. reda.



Vpisna številka

Priimek, ime

Smer: K KI

WA

---

**Izpit pri predmetu MATEMATIKA B**  
**Računski del**  
**30. 1. 2020**

---

**Navodila:**

- *Pripravi osebni dokument.*
  - *Ugasni in odstrani mobilni telefon. Uporaba knjig, zapiskov in kalkulatorja ni dovoljena.*
  - *Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana. Na vsak dodaten list, ki je priložen k testni/izpitni poli, označi ime in priimek oz. vpisno številko, ter jasno označi katera naloga je reševana.*
  - *Dovoljeni pripomočki so: kemični svinčnik, svinčnik, radirka, matematični priročnik in pripravljene listi s formulami.*
  - *Čas reševanja je **75 minut**.*
- 

1. [15]

2. [15]

3. [15]

4. [15]

Vpisna številka

Priimek, ime

Smer: K KI

WA

---

**Izpit pri predmetu MATEMATIKA B**  
**Teoretični del**  
**30. 1. 2020**

---

**Navodila:**

- *Pripravi osebni dokument.*
  - *Ugasni in odstrani mobilni telefon. Dovoljeni pripomočki so samo pisala.*
  - *Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana.*
  - *Čas reševanja je 40 minut.*
- 

1. [10]

2. [10]

(a) [5]

(b) [5]

3. [10] I

4. [10]

Vpisna številka

Priimek, ime

---

**Izpit pri predmetu MATEMATIKA II**  
**Računski del**  
**30. 1. 2020**

---

**Navodila:**

- *Pripravi osebni dokument.*
  - *Ugasni in odstrani mobilni telefon. Uporaba knjig, zapiskov in kalkulatorja ni dovoljena.*
  - *Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana. Na vsak dodaten list, ki je priložen k testni/izpitni poli, označi ime in priimek oz. vpisno številko, ter jasno označi katera naloga je reševana.*
  - *Dovoljeni pripomočki so: kemični svinčnik, svinčnik, radirka, matematični priročnik in pripravljene listi s formulami.*
  - *Čas reševanja je **75 minut**.*
- 

1. [15] Izračunaj

(a) [5]  $\int \sin(3x) \cos 2x \, dx,$

(b) [10]  $\int x \arcsin(1 - x) \, dx.$

2. **[15]** Izračunaj volumen rotacijskega telesa, ki nastane z vrtenem grafa funkcije  $f : [0, 4] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x+1}}$ , okoli  $x$  osi.

3. [15] Naj bo  $y = y(x)$ . Reši diferencialno enačbo

$$16y^{(4)} - 16y'' + y = x^2.$$

4. [15] Reši sistem diferencialnih enačb

$$x_1' = 2x_1 - x_3$$

$$x_2' = x_1 + 3x_2 + x_3$$

$$x_3' = 3x_1 - x_2 + 2x_3.$$

Vpisna številka

Priimek, ime

---

**Izpit pri predmetu MATEMATIKA II**  
**Teoretični del**  
**30. 1. 2020**

---

**Navodila:**

- *Pripravi osebni dokument.*
  - *Ugasni in odstrani mobilni telefon. Dovoljeni pripomočki so samo pisala.*
  - *Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana.*
  - *Čas reševanja je **40 minut**.*
- 

1. **[10]** Opiši metodo univerzalne substitucije za integracijo funkcij sestavljenih iz funkcij kosinus in sinus.

2. **[10]** Dokaži, da za na  $[a, b]$  integrabilno funkcijo  $f$  obstaja tako realno število  $c$  med  $\min f$  in  $\max f$  na  $[a, b]$ , da je

$$\int_a^b f(x) dx = c(b - a).$$



3. [10]

- (a) [5] Zapiši v splošni obliki linearno diferencialno enačbo (LDE) 1. reda.
- (b) [5] Pokaži, da če je  $y_H$  rešitev homogenega dela LDE 1. reda in  $y_P$  neka partikularna rešitev LDE 1. reda, tedaj je  $y_H + y_P$  splošna rešitev LDE 1. reda.

4. [10]

(a) [5] Dokaži ali ovrzi s protiprimerom:

Za poljubni kvadratni matriki  $A$  in  $B$  velja

$$(A + B)^T = A^T + B^T.$$

(b) [5] Podaj primer matrike reda 3, ki ni obrnljiva.

Vpisna številka

Priimek, ime

Smer K KI

WA

---

Izpit pri predmetu MATEMATIKA III  
Računski del  
6. 2. 2020

---

**Navodila:**

- Pripravi osebni dokument.
  - Ugasni in odstrani mobilni telefon. Uporaba knjig, zapiskov in kalkulatorja ni dovoljena.
  - Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana. Na vsak dodaten list, ki je priložen k testni/izpitni poli, označi ime in priimek oz. vpisno številko, ter jasno označi katera naloga je rečevana.
  - Dovoljeni pripomočki so: kemični svinčnik, svinčnik, radirka, matematični priročnik in pripravljene listi s formulami.
  - Čas reševanja je **75 minut**.
- 

1. [10]

- (a) [5] Izračunaj Laplaceovo transformiranko funkcije  $f$ ,  $f(t) = \int_0^t x \operatorname{ch}(2x) dx$ .
- (b) [5] Izračunaj inverz Laplaceove transformiranke  $F$ ,  $F(z) = \frac{1}{\sqrt{2z-1}}$ .

2. [20] Funkcija  $f$  je podana s predpisom

$$f(x, y) = \sqrt{\frac{x^2 y}{x - y}}.$$

- (a) Določi in skiciraj naravno definijsko območje funkcije  $f$ .
- (b) Skiciraj nivojnico  $N_1$  in prerez nad  $x = 2y$ .

3. [15] Določi globalne ekstreme funkcije  $f$ , ki je podana s predpisom

$$f(x, y) = x^2 + 2xy - y^2,$$

pri pogojih  $x \geq 0$ ,  $y \geq 0$  in  $x + y \leq 4$ .

4. [15] Preslikava  $\mathcal{A} : \mathbb{R}_2[x] \rightarrow \mathbb{R}^3$  je podana takole

$$\mathcal{A}(p) = \begin{bmatrix} p'(1) \\ p'(0) \\ p''(0) \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Dokaži, da je preslikava linearna in nato zapiši matriko, ki pripada  $\mathcal{A}$  glede na standardni bazi prostorov  $\mathbb{R}_2[x]$  in  $\mathbb{R}^3$ . Nadalje, poišči še bazo jedra in bazo slike te linearne preslikave.

Vpisna številka

Priimek, ime

Smer K KI

WA

---

Izpit pri predmetu MATEMATIKA III  
Teoretični del  
6. 2. 2020

---

**Navodila:**

- *Pripravi osebni dokument.*
  - *Ugasni in odstrani mobilni telefon. Dovoljeni pripomočki so samo pisala.*
  - *Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana.*
  - *Čas reševanja je 40 minut.*
- 

1. [10] Naj bo  $f : D \subset \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ .

- (a) [5] Definiraj  $\delta$ -okolico točke  $\mathbf{a} \in D$  za  $n = 1, 2, 3$ . Za vse tri primere nariši skico.
- (b) [5] Za poljuben  $n$  definiraj gradient funkcije  $f$ .

2. [10] Izpelji pravilo za izračun Laplaceove transformiranke  $\mathcal{L}(t^n f(t))(z)$ .



3. [10] Izpelji enačbo tangentne ravnine v točki  $T$  na ploskev, ki je podana

(a) [5] parametrično s parametrizacijo  $r(u, v)$ ,

(b) [5] implicitno z  $F(x, y, z) = 0$ .

4. **[10]** Dokaži naslednjo trditev.

Naj bo  $\mathcal{V}$  vektorski prostor dimenzije  $n$ . Če je  $S$  množica z več kot  $n$  vektorji iz  $\mathcal{V}$ , tedaj je  $S$  linearno odvisna množica.