

Vpisna številka:

Priimek in ime:

Smer: K KI

Izpit pri predmetu MATEMATIKA A
Računski del
6. 2. 2025

Navodila:

- Pripravi osebni dokument. Ugasni in odstrani mobilni telefon. Uporaba knjig, zapiskov, rešenih nalog in kalkulatorja ni dovoljena.
 - Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji ter ga jasno in nedvoumno podaj. V nasprotnem primeru bo celotna naloga ocenjena z 0 točkami. Naloge najprej rešuj na polo, nato na dodatne liste. Na vsak list, ki je priložen k testni/izpitni poli, označi ime in priimek oz. vpisno številko ter jasno označi katera naloga je reševana.
 - Dovoljeni pripomočki so: kemični svinčnik, svinčnik, nalivno pero, ravnilo, radirka, pripravljeni listi s formulami, ki jih je pripravil asistent za ta test/izpit.
 - Čas reševanja je **75 minut**.
-

1. [10] Poišči vsa realna števila x za katera konvergira vrsta

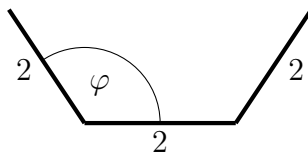
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{(1+2x)^n}.$$

2. [15] Funkciji f in g sta podani s predpisoma

$$f(x) = \begin{cases} \ln(\frac{1}{x^2+1}) & ; \quad x \geq 0 \\ \frac{x^2-1}{x^2} & ; \quad x < 0 \end{cases} \quad \text{in} \quad g(x) = \begin{cases} -\frac{1}{\sqrt{x}} & ; \quad x > 1 \\ -x+1 & ; \quad x \leq 1. \end{cases}$$

Skiciraj grafa funkcij $f \circ g$ in $g \circ f$.

3. [15] Imamo tri enake deske, katerih dolžina je 20 enot in širina 2 enoti, in iz njih želimo napraviti žleb tako, da damo po dve deski skupaj po daljšem robu (glej sliko za presek žleba). Določi tisti kot φ (glej sliko), da bo imel žleb največji volumen.



4. [20] Izračunaj spodnja integrala

(a) $\int \frac{\sqrt{x}}{1 - \sqrt[3]{x}} dx,$

(b) $\int \frac{\ln(\tan x)}{\cos^4 x} dx.$

Vpisna številka

Priimek, ime

Smer: K KI

Izpit pri predmetu MATEMATIKA A
Teoretični del
6. 2. 2025

Navodila:

- Pripravi osebni dokument.
 - Ugasni in odstrani mobilni telefon. Dovoljeni pripomočki so samo pisala.
 - Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana.
 - Čas reševanja je **40 minut**.
-

1. [10] Naj bo $A = \left\{ (-1)^n \frac{2n+1}{n+1} \mid n \in \mathbb{N} \right\}$ in $B = A \cap \mathbb{R}^+$.

(a) [6] Če obstajajo, poišči $\sup B$, $\inf B$, $\max B$, $\min B$.

(b) [4] Ali je preslikava $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}^+$, $f(n) = \frac{2n+1}{n+1}$ injektivna? Utemelji odgovor.

2. [10]

(a) [5] Po definiciji odvoda izpelji odvod funkcije $f(x) = \cos x$.

(b) [5] Z uporabo diferenciala izračunaj $\cos 50^\circ$.

3. [10]

(a) [3] Definiraj konkavno funkcijo na $[a, b]$.

(b) [4] Navedi izrek, ki pove, kdaj je funkcija f konkavna na $[a, b]$.

(c) [3] S predpisom podaj primer funkcije, ki je na celem svojem definicijskem območju konkavna.

4. [10]

(a) [4] Definiraj nedoločeni integral F funkcije $f : \mathcal{D} \subseteq \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$.

(b) [6] Naj bosta D in D' taki delitvi intervala $[a, b]$, da je $D' \subseteq D$. Dokaži, da za spodnji Darbouxovi vsoti velja $s_{D'}(f) \leq s_D(f)$.

Vpisna številka:

Priimek, ime:

Izpit pri predmetu MATEMATIKA I
Računski del
6. 2. 2025

Navodila:

- Pripravi osebni dokument. Ugasni in odstrani mobilni telefon. Uporaba knjig, zapiskov, rešenih nalog in kalkulatorja ni dovoljena.
 - Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji ter ga jasno in nedvoumno podaj. V nasprotnem primeru bo celotna naloga ocenjena z 0 točkami. Naloge najprej rešuj na polo, nato na dodatne liste. Na vsak list, ki je priložen k testni/izpitni poli, označi ime in priimek oz. vpisno številko ter jasno označi katera naloga je reševana.
 - Dovoljeni pripomočki so: kemični svinčnik, svinčnik, nalivno pero, ravnilo, radirka, pripravljeni listi s formulami, ki jih je pripravil asistent za ta test/izpit.
 - Čas reševanja je **75 minut**.
-

1. [10] Poišči vse kompleksne rešitve enačbe

$$|z| + z = 2 - i^{99}.$$

2. [15] Izračunaj limiti

(a) $[7] \lim_{n \rightarrow \infty} (2n^2 + \sqrt[3]{8n^4 - 8n^6}) =$

(b) $[8] \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin(x) + x^2}{1 - e^{2x^2}} =$

3. [20] Funkcija f je podana s predpisom

$$f(x) = \ln(12x - x^3).$$

- (a) [12] Določi naravno definicijsko območje, lokalne ekstreme in intervale naraščanja in padanja funkcije f .

- (b) [8] Skciraj graf funkcije $g \circ f$, kjer je $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ podana s predpisom $g(x) = e^{-x}$.

4. [15] Med vsemi valji s površino 4π poišči tistega, ki ima največji volumen.

Vpisna številka

Priimek, ime

Izpit pri predmetu MATEMATIKA I
Teoretični del
6. 2. 2025

Navodila:

- Pripravi osebni dokument.
 - Ugasni in odstrani mobilni telefon. Dovoljeni pripomočki so samo pisala.
 - Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana.
 - Čas reševanja je **40 minut**.
-

1. [10] Naj bo $A = \left\{ (-1)^n \frac{n}{n+1} \mid n \in \mathbb{N} \right\}$ in $B = A \cap \mathbb{R}^+$.

(a) [6] Če obstajajo, poišči $\sup B$, $\inf B$, $\max B$, $\min B$.

(b) [4] Ali obstaja limita funkcije $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{n+1}$? Utemelji odgovor oz. jo izračunaj.

2. [10]

(a) [5] Naj bo z kompleksno število s polmerom 1. V polarnem zapisu poišči produkt števil z in z^{-1} .

(b) [5] Izpelji formulo za produkt dveh kompleksnih števil z in w v polarnem zapisu.

3. [10]

(a) [5] Po definiciji odvoda izpelji odvod funkcije $f(x) = \cos x$.

(b) [5] Z uporabo diferenciala izračunaj $\sin 50^\circ$.

4. [10] Dana je funkcija dveh spremenljivk $f(x, y) = \sin(3x^2y) + \sqrt{x^2 - 3y} + \ln y^4 - 3xy$.

(a) [5] Poišči definicijsko območje funkcije f in ga skiciraj v ravnini.

(b) [5] Poišči parcialni odvod po spremenljivki y .

Vpisna številka

Priimek, ime

Smer: K KI

Izpit pri predmetu MATEMATIKA B
Računski del
30. 1. 2025

Navodila:

- Pripravi osebni dokument. Ugasni in odstrani mobilni telefon. Uporaba knjig, zapiskov, rešenih nalog in kalkulatorja ni dovoljena.
 - Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji ter ga jasno in nedvoumno podaj. V nasprotnem primeru bo celotna naloga ocenjena z 0 točkami. Naloge najprej rešuj na polo, nato na dodatne liste. Na vsak list, ki je priložen k testni/izpitni poli, označi ime in priimek oz. vpisno številko ter jasno označi katera naloga je reševana.
 - Dovoljeni pripomočki so: kemični svinčnik, svinčnik, nalivno pero, ravnilo, radirka, pripravljeni listi s formulami, ki jih je pripravil asistent za ta test/izpit.
 - Čas reševanja je **75 minut**.
-

1. [10] Reši matrično enačbo

$$AX + B^T X = C,$$

kjer so

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 3 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} -2 & -1 \\ -1 & 0 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \quad \text{in} \quad C = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

2. [20] Naj bo $y = y(x)$. Reši diferencialno enačbo

$$2y''' + y'' + 2y' + y = \sin^2 x \cdot \cos^2 x.$$

3. [15] Poišči Fourierovo vrsto za periodično razširitev funkcije $f : [0, \frac{\pi}{2}] \rightarrow \mathbb{R}$, ki je podana s predpisom

$$f(x) = \begin{cases} 0 & ; & x \leq \frac{\pi}{4} \\ x - \frac{\pi}{4} & ; & x > \frac{\pi}{4}, \end{cases}$$

po samih kosinusih.

4. [15] Linearna transformacija $\mathcal{A} : \mathbb{R}_2[x] \rightarrow \mathbb{R}^3$ je glede na standardno bazo podana z matriko A

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 2 \end{bmatrix}.$$

Poišči predpis linearne transformacije $\mathcal{A}$ in ji poišči bazo jedra in bazo slike.

Vpisna številka

Priimek, ime

Smer: K KI

Izpit pri predmetu MATEMATIKA B
Teoretični del
30. 1. 2025

Navodila:

- Pripravi osebni dokument.
 - Ugasni in odstrani mobilni telefon. Dovoljeni pripomočki so samo pisala.
 - Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana.
 - Čas reševanja je **40 minut**.
-

1. [10]

- (a) [5] Definiraj prirejenko $\hat{A}$ kvadratne matrike A .
- (b) [5] Dokaži trditev:
Če je I enotska matrika, tedaj je $A\hat{A} = \det(A)I$.

2. [10]

- (a) [8] V splošnem podaj Lagrangeovo diferencialno enačbo in pojasni potek njenega reševanja.
- (b) [2] Podaj konkretni primer Lagrangeove diferencialne enačbe (ni ga potrebno rešiti).

3. [10]

- (a) [5] Definiraj lastne vrednosti in lastne vektorje linearne transformacije $\mathcal{A} : V \rightarrow V$.
- (b) [5] Dokaži trditev:
Lastna vektorja $\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2$, ki pripadata različnim lastnim vrednostim linearne transformacije $\mathcal{A} : V \rightarrow V$ sta linearno neodvisna.

4. [10]

- (a) [4] Definiraj skalarni produkt v unitarnem prostoru V nad obsegom $\mathcal{R}$.
- (b) [6] Navedi in dokaži 3 lastnosti skalarnega produkta v unitarnem prostoru V .

Vpisna številka

Priimek in ime

Smer: K KI

Izpit pri predmetu MATEMATIKA C
Računski del
6. 2. 2025

Navodila:

- Pripravi osebni dokument. Ugasni in odstrani mobilni telefon. Uporaba knjig, zapiskov, rešenih nalog in kalkulatorja ni dovoljena.
 - Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji ter ga jasno in nedvoumno podaj. V nasprotnem primeru bo celotna naloga ocenjena z 0 točkami. Naloge najprej rešuj na polo, nato na dodatne liste. Na vsak list, ki je priložen k testni/izpitni poli, označi ime in priimek oz. vpisno številko ter jasno označi katera naloga je reševana.
 - Dovoljeni pripomočki so: kemični svinčnik, svinčnik, nalivno pero, ravnilo, radirka, pripravljeni listi s formulami, ki jih je pripravil asistent za ta test/izpit.
 - Čas reševanja je **75 minut**.
-

1. [12] Funkcija f je podana s predpisom

$$f(x, y) = \ln \left(\frac{x}{2 - \sqrt{x+y}} \right).$$

- (a) [7] Določi in skiciraj naravno definicijsko območje funkcije f .
(b) [5] Skiciraj nivojnico N_0 .

2. [20] Funkcija f je podana s predpisom

$$f(x, y) = \arctan(x^2 y),$$

krivulja $\mathcal{K}$ pa z enačbo $x^2 + y^2 = 1$.

- (a) [10] Poišči tisto točko na krivulji $\mathcal{K}$, kjer funkcija f doseže globalni maksimum.
(b) [10] Izračunaj $\int_{\mathcal{K}} f_x dx + f_y dy$.
3. [16] Izračunaj vztrajnostni moment pri vrtenju telesa, ki je omejen s ploskvijo z enačbo $(x^2 + y^2 + z^2)^4 = x^2 y^2$, pri vrtenju okoli osi z , če veš, da je gostota telesa v posamezni točki enaka razdalji te točke do koordinatnega izhodišča.
4. [12] Poišči rešitev enačbe

$$y''(x) + y(x) + \int_0^x y(t) \operatorname{sh}(x-t) dt = \operatorname{ch}(x).$$

pri pogoju $y(0) = y'(0) = 1$.

Vpisna številka

Priimek, ime

Smer: K KI

Izpit pri predmetu MATEMATIKA C
Teoretični del
6. 2. 2025

Navodila:

- Pripravi osebni dokument.
 - Ugasni in odstrani mobilni telefon. Dovoljeni pripomočki so samo pisala.
 - Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana.
 - Čas reševanja je **40 minut**.
-

1. [10]

- (a) [5] Zapiši definicijo zveznosti funkcije $f : D \subseteq \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ v točki (a, b) .
- (b) [5] Naj bo $f : D \subseteq \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ vsaj 2-krat parcialno odvedljiva v okolici točke (a, b) . Ali sta mešana odvoda funkcije f v točki (a, b) enaka, če je f zvezna v točki (a, b) . Odgovor utemelji.

2. [10] Dokaži trditev:

Naj bo $\mathcal{D} = \{(x, y) | a \leq x \leq b, c \leq p(x) \leq y \leq q(x) \leq d\}$ in f omejena, integrabilna funkcija. Tedaj je

$$\iint_{\mathcal{D}} f(x, y) dS = \int_a^b dx \int_{p(x)}^{q(x)} f(x, y) dy.$$

3. [10] Naj bo $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ skalarno polje.

- (a) [5] Poišči $\operatorname{div}(\operatorname{grad} f)$.
- (b) [5] V ravnini $\mathbb{R}^2$ skiciraj množico točk, ki zadošča pogoju $\operatorname{div}(\operatorname{grad} f) = 0$, če je $f(x, y, z) = x^4 + y^4 - 3z^2 - 3x^2$?

4. [10] Izpeljži Laplaceovo transformacijo $\mathcal{L}(f(t - k))(z)$, če za $k > 0$ velja

$$f(t - k) = \begin{cases} f(t - k) & ; \quad t \geq k \\ 0 & ; \quad 0 \leq t < k. \end{cases}$$

Vpisna številka

Priimek, ime

Izpit pri predmetu MATEMATIKA II
Računski del
30. 1. 2025

Navodila:

- Pripravi osebni dokument. Ugasni in odstrani mobilni telefon. Uporaba knjig, zapiskov, rešenih nalog in kalkulatorja ni dovoljena.
 - Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji ter ga jasno in nedvoumno podaj. V nasprotnem primeru bo celotna naloga ocenjena z 0 točkami. Naloge najprej rešuj na polo, nato na dodatne liste. Na vsak list, ki je priložen k testni/izpitni poli, označi ime in priimek oz. vpisno številko ter jasno označi katera naloga je reševana.
 - Dovoljeni pripomočki so: kemični svinčnik, svinčnik, nalivno pero, ravnilo, radirka, pripravljene listi s formulami, ki jih je pripravil asistent za ta test/izpit.
 - Čas reševanja je **75 minut**.
-

1. [15] Izračunaj

$$\int \frac{\sin(2x)}{\sqrt{\cos^2 x - \cos x}} dx.$$

2. [15] Izračunaj volumen rotacijskega telesa, ki ga dobimo z vrtenjem krivulje $\mathcal{K}$, ki je določena z enačbo $y = \frac{\sqrt{x-x^2}}{x^2+1}$, okoli osi x .

3. [15] Naj bo $y = y(x)$. Reši diferencialno enačbo

$$2y''' + y'' + 2y' + y = xe^{-x}$$

4. [15] Reši matrično enačbo

$$XA = 2X + B^T,$$

kjer je

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} \quad \text{in} \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 3 \\ 0 & 3 & 0 \\ -3 & -3 & 0 \end{bmatrix}.$$

Vpisna številka

Priimek, ime

Izpit pri predmetu MATEMATIKA II
Teoretični del
30. 1. 2025

Navodila:

- *Pripravi osebni dokument.*
 - *Ugasni in odstrani mobilni telefon. Dovoljeni pripomočki so samo pisala.*
 - *Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana.*
 - *Čas reševanja je 40 minut.*
-

1. [10]

- (a) [5] Definiraj obratno oz. inverzno matriko kvadratne matrike A .
- (b) [5] Podaj primer matrike reda 4, ki ni obrnljiva. Utemelji svojo zbiro.

2. [10] Navedi in dokaži Newton-Leibnizovo formulo za izračun določenega integrala.

3. [10] V splošnem definiraj Bernoullijevo diferencialno enačbo in izpelji postopek prevodbe na linearno diferencialno enačbo.

4. [10] Opiši oz. izpelji metodo variacije konstant za reševanje linearne diferencialne enačbe drugega reda s konstantnimi koeficienti.