

Vpisna številka

Priimek in ime

Smer: K KI

WA

Izpit pri predmetu MATEMATIKA A
Računski del
23. 6. 2022

Navodila:

- Pripravi osebni dokument. Ugasni in odstrani mobilni telefon. Uporaba knjig, zapiskov, rešenih nalog in kalkulatorja ni dovoljena.
- Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji ter ga jasno in nedvoumno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana. Naloge najprej rešuj na polo, nato na dodatne liste. Na vsak list, ki je priložen k testni/izpitni poli, označi ime in priimek oz. vpisno številko ter jasno označi katera naloga je reševana.
- Dovoljeni pripomočki so: kemični svinčnik, svinčnik, nalivno pero, ravnilo, radirka, pripravljene listi s formulami, ki jih je pripravil asistent za ta izpit.
- Čas reševanja je **75 minut**.

1. [15] Zaporedje (a_n) je podano rekurzivno

$$a_1 = 2, \quad a_{n+1} = 2 + \frac{3}{a_n}, \quad \text{za vsak } n \in \mathbb{N}.$$

Ali je zaporedje monotono? Ali je zaporedje omejeno?

Namig: Ni monotono, saj $a_1 < a_2$ in $a_2 > a_3$; je omejeno, saj je spodnja meja a_1 , zgornja pa a_2 (dokaži z matematično indukcijo).

2. [15] Funkciji $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ in $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ sta podani s predpisoma

$$f(x) = \begin{cases} 2 - 3^x & ; x \leq 1 \\ \frac{\ln(x^2)}{\sqrt{x-1}} & ; x > 1 \end{cases} \quad \text{in} \quad g(x) = \begin{cases} x^2 & ; x < 0 \\ 0 & ; x \geq 0 \end{cases}.$$

- (a) [5] Ali je funkcija f zvezna?
 (b) [10] Izračunaj $g \circ f$ in skiciraj njen graf.

Namig: (a) f ni zvezna, glej levo in desno limito v 1. (b)

$$(g \circ f)(x) = \begin{cases} (2 - 3^x)^2 & ; x \in [\frac{\ln 2}{3}, 1] \\ 0 & ; x \in \mathbb{R} \setminus [\frac{\ln 2}{3}, 1] \end{cases}.$$

3. [15] Razvij funkcijo f , ki je podana s predpisom $f(x) = (x-1)e^{2x}$, v Taylorjevo vrsto v okolici točke $a = 1$ in določi njeno konvergenčno območje. Izračunaj tudi $f^{(2022)}(1)$.

Namig: $f(x) = (x-1)e^{2x} = (x-1)e^{2(x-1)+2} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{e^{2n}(x-1)^{n+1}}{n!}$ in konvergira za vsak $x \in \mathbb{R}$.

4. [15] Preuči konvergenco integralov

(a) $\int_1^{\infty} \frac{dx}{x^2 + 2x\sqrt{x-1}},$

$$(b) \int_0^1 \frac{dx}{x\sqrt{1-x}}.$$

Če kateri konvergira, ga izračunaj.

Namig: (a) Konvergira. Integral lahko izračunamo z uvedbo nove spremenljivke $t = \sqrt{x-1}$ (rezultat $\frac{\pi}{2} - 1$). (b) divergira; opazuj pol 0, ki je stopnje 1.

Vpisna številka

Priimek, ime

Smer: K KI

WA

Izpit pri predmetu MATEMATIKA A
Teoretični del
23. 6. 2022

Navodila:

- Pripravi osebni dokument.
 - Ugasni in odstrani mobilni telefon. Dovoljeni pripomočki so samo pisala.
 - Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana.
 - Čas reševanja je **40 minut**.
-

1. [10]

- (a) [5] Definiraj obratno oz. inverzno funkcijo od eksponentne funkcije (povezava med obema funkcijama, predpis, definicijsko območje, zaloga vrednosti).
- (b) [5] Izpelj spodnjo limito.
- $$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log_a(1+x)}{x} =$$

2. [10]

- (a) [5] Definiraj diferenciability funkcije f v točki a .
- (b) [5] Poišči diferencial funkcije f , $f(x) = \ln x$, v poljubni točki x .

3. [10]

- (a) [5] Definiraj delitev D intervala $[a, b]$, Riemannovo integralsko vsoto funkcije f in določeni integral na tem intervalu.
- (b) [5] Dokaži, za da integrabilno funkcijo f in $c \in (a, b)$ velja:

$$\int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx.$$

4. [10] Navedi in dokaži verižno pravilo za odvod kompozituma dveh odvedljivih funkcij.

Vpisna številka

Priimek, ime

WA

Izpit pri predmetu MATEMATIKA I
Računski del
23. 6. 2022

Navodila:

- *Pripravi osebni dokument. Ugasni in odstrani mobilni telefon. Uporaba knjig, zapiskov, rešenih nalog in kalkulatorja ni dovoljena.*
 - *Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji ter ga jasno in nedvoumno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana. Naloge najprej rešuj na polo, nato na dodatne liste. Na vsak list, ki je priložen k testni/izpitni poli, označi ime in priimek oz. vpisno številko ter jasno označi katera naloga je reševana.*
 - *Dovoljeni pripomočki so: kemični svinčnik, svinčnik, nalivno pero, ravnilo, radirka, pripravljene listi s formulami, ki jih je pripravil asistent za ta izpit.*
 - **Čas reševanja je 75 minut.**
-

1. [15] Poišči vse kompleksne rešitve enačbe

$$\frac{i-1}{iz+|z|} - 1 = 0.$$

Namig: Pomagaj si z nastavkom $z = a + bi$.

2. [15] Izračunaj

(a) $\lim_{x \rightarrow \infty} (x^2 + \sqrt[3]{5x^4 - x^6})$,

(b) $\lim_{x \rightarrow 0} (2 - e^x)^{\frac{1}{2x}}$.

Rešitev: (a) $\frac{5}{3}$; (b) $e^{-\frac{1}{2}}$.

3. [15] Funkcija f je podana s predpisom

$$f(x) = \frac{1}{\ln(4x - x^2)}.$$

Določi naravno definicijsko območje funkcije f ter klasificiraj lokalne ekstreme funkcije f , če obstajajo.

Namig: $D_f = (0, 2 - \sqrt{3}) \cup (2 - \sqrt{3}, 2 + \sqrt{3}) \cup (2 + \sqrt{3}, 4)$.

4. [15] Poišči enačbo normale na krivuljo \mathcal{K} , ki je podana z enačbo $x^4 + y^4 = 2xy$, v točki $T(1, 1)$. Izračunaj še kot pod katerim ta normala seka os x .

Namig: Glej odvod implicitno podane funkcije; $y = x$, $\varphi = \frac{\pi}{4}$.

Vpisna številka

Priimek, ime

WA

Izpit pri predmetu MATEMATIKA I
Teoretični del
23. 6. 2022

Navodila:

- *Pripravi osebni dokument.*
 - *Ugasni in odstrani mobilni telefon. Dovoljeni pripomočki so samo pisala.*
 - *Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana.*
 - **Čas reševanja je 40 minut.**
-

1. **[10]** Naj bo $A = \{x \in \mathbb{R} \mid |x^2 - 1| < 8\}$ in $B = \{x \in \mathbb{Z} \mid |x| \geq 2\}$. Če obstajajo, poišči infimum in supremum množic $A \cap B$ in $A \cup B$.

2. **[10]**

(a) *[5]* Definiraj obratno oz. inverzno funkcijo od funkcije f , ki je podana s predpisom $f(x) = \cos x$ (tj. predpis, definicijsko območje, zaloga vrednosti).

(b) *[5]* Izpelji spodnjo limito.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x} =$$

3. **[10]**

(a) *[5]* Definiraj odvod funkcije f v točki a .

(b) *[5]* Poišči diferencial funkcije f , $f(x) = \sin x$, v poljubni točki x .

4. **[10]**

(a) *[5]* Definiraj lokalni ekstrem funkcije f v točki a .

(b) *[5]* Navedi in dokaži potrebni pogoj za obstoj lokalnega ekstrema odvedljive funkcije f v točki a .

Izpit pri predmetu MATEMATIKA B
Računski del
28. 6. 2022

Navodila:

- Pripravi osebni dokument. Ugasni in odstrani mobilni telefon. Uporaba knjig, zapiskov, rešenih nalog in kalkulatorja ni dovoljena.
 - Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji ter ga jasno in nedvoumno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana. Naloge najprej rešuj na polo, nato na dodatne liste. Na vsak list, ki je priložen k testni/izpitni poli, označi ime in priimek oz. vpisno številko ter jasno označi katera naloga je reševana.
 - Dovoljeni pripomočki so: kemični svinčnik, svinčnik, nalivno pero, ravnilo, radirka, pripravljene listi s formulami, ki jih je pripravil asistent za ta izpit.
 - Čas reševanja je **75 minut**.
-

1. [20] Naj bo $y = y(x)$. Reši diferencialno enačbo

$$y' = y - x - 1 + (x - y + 2)^{-1}.$$

Namig: Več možnih načinov reševanja. En od teh je vpeljava nove spremenljivke $z = x - y + 2$ (podobno kot 3. in 4. naloga v skripti na strani str. 53 v učbeniku Matematika B).

2. [20] V odvisnosti od realnega parametra a reši sistem linearnih enačb

$$\begin{aligned}ax - y - z &= 2 \\2x + ay - z &= a \\4x - y - az &= -5.\end{aligned}$$

Namig: Gaussova eliminacija ali Cramerjevo pravilo; če je $a \in \mathbb{R} \setminus \{2\}$ dobimo enolično rešitev, če je $a = 2$, ni rešitve. Pomagaj si z WolframAlpha.

3. [20] Linearna preslikava $\mathcal{A} : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ je določena kot pravokotna projekcija na ravnino z enačbo $x - 2y = 0$, ki mu sledi rotacija okoli osi z za kot $\frac{\pi}{2}$ v pozitivni smeri.

Poišči eksplicitni predpis preslikave \mathcal{A} glede na standardno bazo vektorskega prostora \mathbb{R}^3 ter ji poišči bazo jedra in bazo slike.

Namig: Opazimo, da pravokotna projekcija, oznaka \mathcal{A}_1 , slika bazo $\{(1, -2, 0), (2, 1, 0), (0, 0, 1)\}$ na način $\mathcal{A}_1 : (1, -2, 0) \mapsto (0, 0, 0)$, $\mathcal{A}_1 : (2, 1, 0) \mapsto (2, 1, 0)$, $\mathcal{A}_1 : (0, 0, 1) \mapsto (0, 0, 1)$, rotacija za kot $\frac{\pi}{2}$ v pozitivni smer, oznaka \mathcal{A}_2 , pa slika standardno bazo na način $\mathcal{A}_1 : (1, 0, 0) \mapsto (0, 1, 0)$, $\mathcal{A}_1 : (0, 1, 0) \mapsto (-1, 0, 0)$, $\mathcal{A}_1 : (0, 0, 1) \mapsto (0, 0, 1)$. Sedaj poišči matriko, ki pripada \mathcal{A}_1 glede na standardno bazo in napravi produkt matrik $A_1 A_2$.

Za več glej naloge iz vaj in iz rešenih nalog.

Vpisna številka

Priimek, ime

Smer: K KI

WA

Izpit pri predmetu MATEMATIKA B
Teoretični del
28. 6. 2022

Navodila:

- Pripravi osebni dokument.
 - Ugasni in odstrani mobilni telefon. Dovoljeni pripomočki so samo pisala.
 - Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana.
 - Čas reševanja je **40 minut**.
-

1. [10] Dana je LDE 3. reda $y''' + a_2(x)y'' + a_1(x)y' + a_0(x)y = 0$.

(a) [5] Kdaj je za poljubne konstante C_i , $i = 1, 2, 3$, funkcija $y = C_1y_1 + C_2y_2 + C_3y_3$ splošna rešitev te diferencialne enačbe?

(b) [5] Poišči LDE 3. reda katere splošna rešitev je

$$y(x) = C_1e^x + C_2e^{-x} + C_3e^{-x}x.$$

2. [10] Naj bo V vektorski prostor in S množica vektorjev iz V .

(a) [5] Pokaži, da je linearna lupina $\mathcal{L}(S)$ vektorski podprostor v V .

(b) [5] Ali je za $V = \mathbb{R}_3[x]$ množica $S = \{1, x, x-1, x^2-2, x^3-3\}$ linearno neodvisna množica. Utemelji odgovor.

3. [10] Navedi in dokaži zvezo med matrikama linearne transformacije $\mathcal{A} : U \rightarrow V$ v bazah B_u in B_v glede na novi bazi C_u in C_v .

4. [10] Izpelj metodo variacije konstant pri reševanju nehomogenih sistemov linearnih diferencialnih enačb.

Vpisna številka

Priimek in ime

Smer: K KI

WA

Izpit pri predmetu MATEMATIKA C**Računski del****23. 6. 2022****Navodila:**

- Pripravi osebni dokument. Ugasni in odstrani mobilni telefon. Uporaba knjig, zapiskov, rešenih nalog in kalkulatorja ni dovoljena.
- Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji ter ga jasno in nedvoumno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana. Naloge najprej rešuj na polo, nato na dodatne liste. Na vsak list, ki je priložen k testni/izpitni poli, označi ime in priimek oz. vpisno številko ter jasno označi katera naloga je reševana.
- Dovoljeni pripomočki so: kemični svinčnik, svinčnik, nalivno pero, ravnilo, radirka, pripravljene listi s formulami, ki jih je pripravil asistent za ta izpit.
- Čas reševanja je **75 minut**.

1. [15] Funkcija f je podana s predpisom

$$f(x, y) = 1 - \sqrt{1 - x - \sqrt{x - y^2}}.$$

Določi in skiciraj naravno definicijsko območje funkcije f . Če obstajajo, poišči nivojnici N_{-1} in N_2 .

Namig: Pomagaj si z WolframAlpho (zapiši pogoj `region plot 1 - x - sqrt(x - y^2) >= 0`).

2. [15] Reši sistem diferencialnih enačb

$$\begin{aligned} x'(t) + \int_0^t y(s) ds &= 1 \\ x(t) + 2y(t) + y'(t) &= 2t, \end{aligned}$$

pri pogoju $x(0) = y(0) = 0$.

Namig: Pomagaj si z Laplaceovo transformacijo. Ena od možnosti je, $Y(z) = \frac{1}{z^2 + 2z^2 - 1}$. Razstavi s pomočjo parcialnih ulomkov in izračunaj inverz od $Y(z)$, nato še inverz od $X(z)$.

3. [15] Izračunaj volumen območja, ki ga omejuje ploskev z enačbo

$$(x^2 + y^2 + z^2)^3 = 4x^2y^2.$$

Namig: Pomagaj si s sfernimi koordinatami. Izračunaj integral

$$\int_0^{2\pi} d\varphi \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} d\vartheta \int_0^{\cos^2 \vartheta |\sin(2\varphi)|} r^2 \cos \vartheta dr.$$

4. [15] Krivulja \mathcal{K} je podana kot presek ploskev z enačbama

$$z = x^2 + y^2 \quad \text{in} \quad y + z = 0.$$

Skiciraj krivuljo \mathcal{K} in izračunaj

$$\int_{\mathcal{K}} z dx - x dy + y dz.$$

Rešitev: 0; npr. uporabi Stokesov izrek.

Vpisna številka

Priimek, ime

Smer: K KI

WA

Izpit pri predmetu MATEMATIKA C
Teoretični del
23. 6. 2022

Navodila:

- Pripravi osebni dokument.
 - Ugasni in odstrani mobilni telefon. Dovoljeni pripomočki so samo pisala.
 - Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana.
 - Čas reševanja je **40 minut**.
-

1. [10]

- (a) [5] Definiraj diferenciability funkcije $f : D \subseteq \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ v točki (a, b) .
- (b) [5] Poišči totalni diferencial funkcije f , $f(x, y) = \ln(x + y)$, v poljubni točki $(x, y) \in D$.

2. [10]

- (a) [5] Definiraj tri operacije na skalarnih oz. vektorskih poljih.
- (b) [5] Za divergenco dokaži obe lastnosti, ki veljata za njo.

3. [10]

- (a) [5] Zapiši enačbo tangentne ravnine na parametrično podano ploskev \mathcal{S} .
- (b) [5] Izpelj enačbo te iste ravnine, če je ploskev \mathcal{S} podana implicitno s predpisom $F(x, y, z) = 0$.

4. [10] Definiraj krivuljni integral skalarne funkcije $f(x, y, z)$ po krivulji K in pojasni kako ga računamo.
(Zapiši definicijo in utemelji zakaj ga tako definiramo oz. računamo).

Vpisna številka

Priimek, ime

Izpit pri predmetu MATEMATIKA II
Računski del
28. 6. 2022

Navodila:

- Pripravi osebni dokument. Ugasni in odstrani mobilni telefon. Uporaba knjig, zapiskov, rešenih nalog in kalkulatorja ni dovoljena.
- Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji ter ga jasno in nedvoumno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana. Naloge najprej rešuj na polo, nato na dodatne liste. Na vsak list, ki je priložen k testni/izpitni poli, označi ime in priimek oz. vpisno številko ter jasno označi katera naloga je reševana.
- Dovoljeni pripomočki so: kemični svinčnik, svinčnik, nalivno pero, ravnilo, radirka, pripravljene listi s formulami, ki jih je pripravil asistent za ta izpit.
- Čas reševanja je **75 minut**.

1. [15] Izračunaj

$$\int \frac{e^{3x}}{e^{2x} + e^x + 2} dx.$$

Namig: Vpelji novo spremenljivko $t = e^x$ in nato integriraj racionalno funkcijo.2. [15] Izračunaj volumen rotacijskega telesa, ki ga dobimo z vrtenjem lika \mathcal{L} , ki je določen z množico

$$M = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \leq x \leq 1, x \leq y \leq \sqrt{2x - x^2}\},$$

okoli osi y .

Namig: $V = \pi \int_0^1 (y^2 - (1 - \sqrt{1 - y^2})^2) dy.$

3. [15] Naj bo $y = y(x)$. Reši diferencialno enačbo

$$y''' + 22y' = 8y'' + 20y + 3 \cos x.$$

Namig: Diferencialna enačba višjega reda s konstantnimi koeficienti; rešitev homogenega dela je $y_H = C_1 e^{2x} + e^{3x}(C_2 \cos x + C_3 \sin x)$, nastavek za partikularno rešitev pa je $y_P = A \cos x + B \sin x$.

4. [15] Reši matrično enačbo

$$XA^T + B = 2X,$$

kjer je

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 1 & -1 \\ 0 & 4 & 4 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \quad \text{in} \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 0 \\ 2 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}.$$

Namig: Matrično enačbo lahko preoblikujemo na način $X = -B(A^T - 2I)^{-1}$. Za nadaljevanje glej vaje.

Vpisna številka

Priimek, ime

Izpit pri predmetu MATEMATIKA II
Teoretični del
28. 6. 2022

Navodila:

- Pripravi osebni dokument.
 - Ugasni in odstrani mobilni telefon. Dovoljeni pripomočki so samo pisala.
 - Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana.
 - Čas reševanja je **40 minut**.
-

1. [10]

- (a) [5] Navedi enoti za seštevanje in množenje kvadratnih matrik reda n .
- (b) [5] Navedi primer neničelne matrike reda 5, ki ni obrnljiva. Zapiši še njeno transponirano matriko.

2. [10]

- (a) [5] Definiraj Riemannovo integralsko vsoto omejene funkcije f na intervalu $[a, b]$.
- (b) [5] Dokaži zvezo za računanje določenega integrala vsote dveh integrabilnih funkcij na $[a, b]$.

3. [10] Navedi in dokaži zvezo med določenim in nedoločenim integralom

4. [10] Poišči linearno diferencialno enačo 3. reda katere splošna rešitev je

$$y(x) = C_1 e^x + C_2 e^{-x} + C_3 e^{-x} x.$$

Izpit pri predmetu MATEMATIKA III
Računski del
23. 6. 2022

Navodila:

- *Pripravi osebni dokument. Ugasni in odstrani mobilni telefon. Uporaba knjig, zapiskov, rešenih nalog in kalkulatorja ni dovoljena.*
- *Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji ter ga jasno in nedvoumno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana. Naloge najprej rešuj na polo, nato na dodatne liste. Na vsak list, ki je priložen k testni/izpitni poli, označi ime in priimek oz. vpisno številko ter jasno označi katera naloga je reševana.*
- *Dovoljeni pripomočki so: kemični svinčnik, svinčnik, nalivno pero, ravnilo, radirka, pripravljene listi s formulami, ki jih je pripravil asistent za ta izpit (vsebine, ki so pri Matematiki B in Matematiki C).*
- *Čas reševanja je 75 minut.*

1. [15] Funkcija f je podana s predpisom

$$f(x, y) = 1 - \sqrt{1 - x - \sqrt{x - y^2}}.$$

Določi in skiciraj naravno definicijsko območje funkcije f . Če obstajajo, poišči nivojnici N_{-1} in N_2 .

2. [15] Reši sistem diferencialnih enačb

$$\begin{aligned} x'(t) + \int_0^t y(s) ds &= 1 \\ x(t) + 2y(t) + y'(t) &= 2t, \end{aligned}$$

pri pogoju $x(0) = y(0) = 0$.

3. [15] Glede na skalarni produkt $\langle \cdot, \cdot \rangle : \mathbb{R}_2[x] \times \mathbb{R}_2[x] \rightarrow \mathbb{R}, \forall p, q \in \mathbb{R}_2[x]$,

$$\langle p, q \rangle = p(-1)q(-1) + p(0)q(0) + p(1)q(1) + p(2)q(2),$$

poišči ortogonalno bazo vektorskega prostora $\mathbb{R}_2[x]$.

4. [15] Linearna transformacija $\mathcal{A} : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}_2[x]$ je podana takole

$$\mathcal{A}(1, 0, 1) = x^2 - 1, \quad \mathcal{A}(0, 1, 1) = x^2, \quad \mathcal{A}(0, 0, 1) = 2.$$

Določi eksplicitni predpis preslikave \mathcal{A} ter ji določi bazo jedra in bazo slike. Nadalje, poišči matriko preslikave \mathcal{A} , če kodomeno opremimo z bazo $\mathcal{B} = \{2 - x, x, x - x^2\}$.

Vpisna številka

Priimek, ime

Smer K KT

WA

Izpit pri predmetu MATEMATIKA III
Teoretični del
23. 6. 2022

Navodila:

- Pripravi osebni dokument.
 - Ugasni in odstrani mobilni telefon. Dovoljeni pripomočki so samo pisala.
 - Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana.
 - Čas reševanja je **40 minut**.
-

1. [10]

- (a) [5] Definiraj diferenciability funkcije $f : D \subseteq \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ v točki (a, b) .
- (b) [5] Poišči totalni diferencial funkcije f , $f(x, y) = \ln(x + y)$, v poljubni točki.

2. [10]

- (a) [5] Definiraj tri operacije na skalarnih oz. vektorskih poljih.
- (b) [5] Izberi eno izmed operacij iz točke a) in dokaži obe lastnosti, ki veljata za njo.

3. [10] Naj bo V vektorski prostor in S množica vektorjev iz V .

- (a) [5] Pokaži, da je linearna lupina $\mathcal{L}(S)$ vektorski podprostor v V .
- (b) [5] Ali je za $V = \mathbb{R}_2[x]$ množica $S = \{10, 3 + x, 2 + x + x^2, 1 - 3x - 6x^2\}$ linearno neodvisna množica? Utemelji odgovor.

4. [10] Izpelji postopek reševanja sistemov diferencialnih enačb $\mathbf{x}'(t) = A\mathbf{x}(t) + \mathbf{f}(t)$ z uporabo diagonalizacije matrike A .