

Vpisna številka

Priimek in ime

1. test pri predmetu MATEMATIKA I
Računski del
17. 11. 2023

Navodila:

- *Pripravi osebni dokument. Ugasni in odstrani mobilni telefon. Uporaba knjig, zapiskov, rešenih nalog in kalkulatorja ni dovoljena.*
 - *Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji ter ga jasno in nedvoumno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana. Naloge najprej rešuj na polo, nato na dodatne liste. Na vsak list, ki je priložen k testni/izpitni poli, označi ime in priimek oz. vpisno številko ter jasno označi katera naloga je reševana.*
 - *Dovoljeni pripomočki so: kemični svinčnik, svinčnik, nalivno pero, ravnilo, radirka, pripravljene listi s formulami, ki jih je pripravil asistent za ta test/izpit.*
 - *Čas reševanja je 75 minut.*
-

1. [20] Ali za vsak $n \in \mathbb{N}$ velja

$$9|(n^3 + (n + 1)^3 + (n + 2)^3)?$$

Računsko utemelji.

2. [20] Funkcija f je podana s predpisom

$$f(x) = \frac{||x| - 1|}{x + 2}.$$

- (a) [15] Reši enačbo $f(x) = x - 1$.
(b) [5] Skiciraj graf funkcije f .

3. [20] Reši enačbo

$$\operatorname{Im}(iz^3) + i \cdot \operatorname{Re}((1 + i)\bar{z}) = \left(-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)^{12} \cdot i.$$

Vpisna številka

Priimek, ime

K KI

1. test pri predmetu MATEMATIKA A**Računski del****17. 11. 2023****Navodila:**

- Pripravi osebni dokument. Ugasni in odstrani mobilni telefon. Uporaba knjig, zapiskov, rešenih nalog in kalkulatorja ni dovoljena.
- Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji ter ga jasno in nedvoumno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana. Naloge najprej rešuj na polo, nato na dodatne liste. Na vsak list, ki je priložen k testni/izpitni poli, označi ime in priimek oz. vpisno številko ter jasno označi katera naloga je reševana.
- Dovoljeni pripomočki so: kemični svinčnik, svinčnik, nalivno pero, ravnilo, radirka, pripravljene listi s formulami, ki jih je pripravil asistent za ta izpit.
- Čas reševanja je **75 minut**.

1. [15] Preveri, če za vsak $n \in \mathbb{N}$ velja

$$\left(\frac{i - \sqrt{3}}{2}\right)^{12n+6} \in \mathbb{R}.$$

2. [15] Funkcija f je podana s predpisom

$$f(x) = \frac{x^2}{\sqrt{4-x^2}}.$$

- (a) [7] Funkciji f določi naravno definicijsko območje, zalogo vrednosti in nato skiciraj graf funkcije f (ni potrebno iskati ekstremov).
- (b) [8] Izračunaj

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3^x - 3}{\sqrt{3} \cdot f(x) - 1}.$$

Nalogo reši brez uporabe odvoda.

3. [15] Izračunaj oba kompozituma funkcij $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, ki sta podani s predpisoma

$$f(x) = \begin{cases} 1 - 2x & ; x \leq 1 \\ -\frac{1}{\sqrt{x}} & ; x > 1 \end{cases} \quad \text{in} \quad g(x) = \begin{cases} 1 & ; |x| \leq 2 \\ \frac{1}{\pi} \arctan\left(\frac{x}{2}\right) & ; |x| > 2 \end{cases}.$$

Graf funkcije $f \circ g$ tudi skiciraj.

4. [15] Preuči konvergenco vrst

(a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n)!}{(n!)^2},$

(b) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{-n}{n^4 - 2n^2 + 1}.$

Če vrsta konvergira, izračunaj njeno vsoto.

Vpisna številka

Priimek, ime

1. test pri predmetu MATEMATIKA I
Teoretični del
17. 11. 2023

Navodila:

- *Pripravi osebni dokument.*
 - *Ugasni in odstrani mobilni telefon. Dovoljeni pripomočki so samo pisala.*
 - *Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana.*
 - **Čas reševanja je 40 minut.**
-

1. **[10]** Naj bo $A = \{x \in \mathbb{R} \mid 1 - x^2 \geq 0\}$ in $B = A \cap \mathbb{Z}$.

- (a) **[5]** Če obstaja, poišči surjektivno preslikavo $f : \mathbb{Z} \rightarrow B$ (podaj jo z diagramom, z grafom ali s predpisom), v nasprotnem utemelji zakaj ne obstaja.
- (b) **[5]** Poišči elemente množice $A \times B$.

2. [10] Naj bo $A = \left\{ \frac{3n}{n+1} \mid n \in \mathbb{N} \right\}$.

(a) [6] Če obstajajo, poišči $\inf A$, $\sup A$, $\min A$ in $\max A$.

(b) [4] Poišči graf preslikave $f : \mathbb{N} \rightarrow A$, $f(n) = \frac{3n}{n+1}$.

3. **[10]** Naj bosta a in b poljubni realni števili. Če lastnost velja, jo dokaži, v nasprotnem jo ovrzi s protiprimerom (tj. poišči $a, b \in \mathbb{R}$, ki ne zadoščata lastnosti):

(a) $|a - b| \leq |a| + |b|$,

(b) $|a| - |b| = ||a| - |b||$.

4. [10]

- (a) [7] Navedi in dokaži formulo za deljenje dveh kompleksnih števil v polarnem zapisu.
- (b) [3] Ali je za deljenje kompleksnih števil veljata lastnosti komutativnosti oz. asociativnosti?

1. test pri predmetu MATEMATIKA A
Teoretični del
17. 11. 2023

Navodila:

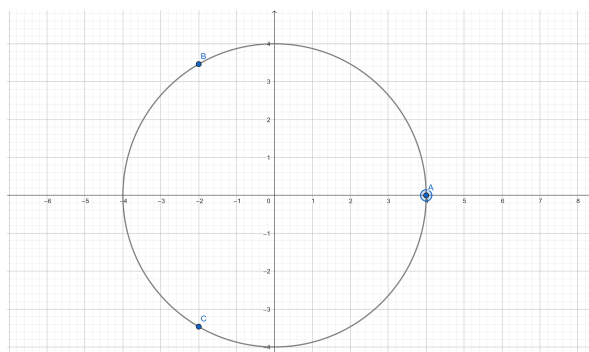
- Pripravi osebni dokument.
- Ugasni in odstrani mobilni telefon. Dovoljeni pripomočki so samo pisala.
- Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana.
- Čas reševanja je **40 minut**.

1. [10]

- (a) [5] Dokaži, da za poljubni realni števili a in b velja $||a| - |b|| \leq |a - b|$.
- (b) [5] Navedi primere uporabe lastnosti absolutne vrednosti iz točke (a) pri dokazovanju trditev.

2. [10]

- (a) [5] Izpelji formulo za množenje dveh kompleksnih števil v polarnem zapisu.
- (b) [5] Napiši enačbo katere rešitve so kompleksna števila, določena s točkami $A(4, 0)$, $B(-2, 2\sqrt{3})$ in $C(-2, -2\sqrt{3})$ (glej sliko).

**3. [10]**

- (a) [5] Dokaži, da za konvergentni zaporedji (a_n) in (b_n) velja

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n - b_n) = \lim_{n \rightarrow \infty} a_n - \lim_{n \rightarrow \infty} b_n.$$

- (b) [5] Naj bo (a_n) strogo padajoče konvergentno zaporedje pozitivnih členov z $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 2$ in naj bo splošni člen zaporedja (b_n) enak $b_n = (-1)^n a_n$. Ali je zaporedje (b_n) konvergentno? Če obstajata, poišči $\inf b_n$ in $\sup b_n$.

4. [10]

- (a) [5] Definiraj limito funkcije $f : D \subseteq \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ v točki $a \in D$.
- (b) [5] S predpisom podaj konkretni primer funkcije, ki je zvezna in omejena na \mathbb{R} . Skiciraj tudi njen graf.