

Vpisna številka

Priimek in ime

1. test pri predmetu MATEMATIKA I
Računski del
7. 11. 2025

Navodila:

- Pripravi osebni dokument. Ugasni in odstrani mobilni telefon. Uporaba knjig, zapiskov, rešenih nalog in kalkulatorja ni dovoljena.
 - Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji ter ga jasno in nedvoumno podaj. V nasprotnem primeru bo celotna naloga ocenjena z 0 točkami. Naloge najprej rešuj na polo, nato na dodatne liste. Na vsak list, ki je priložen k testni/izpitni poli, označi ime in priimek oz. vpisno številko ter jasno označi katera naloga je reševana.
 - Dovoljeni pripomočki so: kemični svinčnik, svinčnik, nalivno pero, ravnilo, radirka, pripravljene listi s formulami, ki jih je pripravil asistent za ta test/izpit.
 - Čas reševanja je **75 minut**.
-

1. [20] Ali za vsak $n \in \mathbb{N}$ velja spodnja enakost

$$1 - 2 + 3 - \dots + (-1)^{n-1}n = \frac{1 + (-1)^{n-1}(2n+1)}{4}?$$

Računsko utemelji.

2. [20] Funkcija f je podana s predpisom

$$f(x) = |x^2 + x - 2|.$$

- (a) [5] Skiciraj graf funkcije f .
(b) [15] Reši neenačbo $f(x) \leq 3x^2 - 5x + 2$.

3. [20]

- (a) [10] Poenostavi izraz $i \cdot i^2 \cdot \dots \cdot i^{2025}$.
(b) [10] Pokaži, da je

$$\left(\frac{19+7i}{9-i}\right)^5 + \left(\frac{20+5i}{7+6i}\right)^5$$

realno število.

Vpisna številka

Priimek, ime

K KI

1. test pri predmetu MATEMATIKA A
Računski del
13. 11. 2025

Navodila:

- Pripravi osebni dokument. Ugasni in odstrani mobilni telefon. Uporaba knjig, zapiskov, rešenih nalog in kalkulatorja ni dovoljena.
 - Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji ter ga jasno in nedvoumno podaj. V nasprotnem primeru bo celotna naloga ocenjena z 0 točkami. Naloge najprej rešuj na polo, nato na dodatne liste. Na vsak list, ki je priložen k testni/izpitni poli, označi ime in priimek oz. vpisno številko ter jasno označi katera naloga je reševana.
 - Dovoljeni pripomočki so: kemični svinčnik, svinčnik, nalivno pero, ravnilo, radirka, pripravljene listi s formulami, ki jih je pripravil asistent za ta izpit.
 - Čas reševanja je **75 minut**.
-

1. [15] Dokaži, da je

$$(\sqrt{3} + i)^n + (\sqrt{3} - i)^n \in \mathbb{R}$$

za vsak $n \in \mathbb{N}$ in nato izračunaj zgornji izraz za $n = 2025$.

2. [15] Funkcija f je podana s predpisom

$$f(x) = \ln \left(\frac{6 - 3x^2}{2x^2 - 3x - 2} \right).$$

(a) [6] Določi naravno definicijsko območje funkcije f .

(b) [9] Izračunaj

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x)}{\sqrt[3]{x} + 1}.$$

Nalogo reši brez uporabe odvoda.

3. [15] Funkciji $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ in $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, sta podani s predpisoma

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x^2} - x & ; \quad x > 1 \\ \ln(2 - x) & ; \quad x \leq 1 \end{cases} \quad \text{in} \quad g(x) = \begin{cases} -2 - e^{-2x} & ; \quad x \geq 0 \\ \sin(x) - |\sin(x)| & ; \quad x < 0 \end{cases}.$$

- (a) [3] Ali je funkcija f zvezna?
- (b) [4] Skiciraj graf funkcije g .
- (c) [8] Izračunaj oba kompozituma funkcij f in g .

4. [15] Prouči konvergenco naslednjih vrst

(a) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n+1}{2n+3} \right)^{3n},$

(b) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1+2n-n^2}{(n^2-1)^2}.$

Če katera od vrst konvergira, izračunaj njeno vsoto.

Vpisna številka

Priimek, ime

K KI

1. test pri predmetu MATEMATIKA A
Računski del - angleška verzija
13. 11. 2025

Navodila:

- *Pripravi osebni dokument. Ugasni in odstrani mobilni telefon. Uporaba knjig, zapiskov, rešenih nalog in kalkulatorja ni dovoljena.*
 - *Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji ter ga jasno in nedvoumno podaj. V nasprotnem primeru bo celotna naloga ocenjena z 0 točkami. Naloge najprej rešuj na polo, nato na dodatne liste. Na vsak list, ki je priložen k testni/izpitni poli, označi ime in priimek oz. vpisno številko ter jasno označi katera naloga je reševana.*
 - *Dovoljeni pripomočki so: kemični svinčnik, svinčnik, nalivno pero, ravnilo, radirka, pripravljeni listi s formulami, ki jih je pripravil asistent za ta izpit.*
 - *Čas reševanja je **75 minut**.*
-

1. [15] Prove

$$(\sqrt{3} + i)^n + (\sqrt{3} - i)^n \in \mathbb{R}$$

for all $n \in \mathbb{N}$ and then calculate for $n = 2025$.

2. [15] The function f is given by

$$f(x) = \ln \left(\frac{6 - 3x^2}{2x^2 - 3x - 2} \right).$$

(a) [6] Find the domain of f .

(b) [9] Compute

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x)}{\sqrt[3]{x} + 1}.$$

Solve the exercise without using derivatives.

3. [15] The functions $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ in $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ are given by

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x^2} - x & ; \quad x > 1 \\ \ln(2 - x) & ; \quad x \leq 1 \end{cases} \quad \text{in} \quad g(x) = \begin{cases} -2 - e^{-2x} & ; \quad x \geq 0 \\ \sin(x) - |\sin(x)| & ; \quad x < 0 \end{cases}.$$

- (a) [3] Is the function f continuous?
- (b) [4] Sketch the graph of the function g .
- (c) [8] Find both compositions of the functions f in g .

4. **[15]** Examine the convergence of the following series

(a)
$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n+1}{2n+3} \right)^{3n},$$

(b)
$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1+2n-n^2}{(n^2-1)^2}.$$

If any of the series converges, calculate its sum.

Vpisna številka

Priimek, ime

1. test pri predmetu MATEMATIKA I
Teoretični del
7. 11. 2025

Navodila:

- Pripravi osebni dokument.
 - Ugasni in odstrani mobilni telefon. Dovoljeni pripomočki so samo pisala.
 - Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana.
 - Čas reševanja je **40 minut**.
-

1. [10] Naj bo $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid 3 + 2x - x^2 \geq 0\}$ in $B = \{1 - 2x \mid -1 < x \leq 1\}$.
 - (a) [6] Najprej definiraj potenčno množico poljubne dane množice in nato izračunaj $\mathcal{P}(A \cap B)$ in $|A \setminus B|$.
 - (b) [4] V kartezičnem koordinatnem sistemu skiciraj množico $A \times \{\inf(B), \sup(B)\}$.
2. [10] Naj bosta x in y poljubni realni števili. Če lastnost velja, jo dokaži, v nasprotnem pa ovrži s protiprimerom:
 - (a) [5] $|xy| \leq |x| \cdot |y|$,
 - (b) [5] $|x^2 + xy + y^2| < 0$.
3. [10]
 - (a) [5] Izpelj obratno vrednost kompleksnega števila z v polarni obliki.
 - (b) [5] Izračunaj ploščino pravilnega n -kotnika v kompleksni ravnini, katerega oglišča so rešitve enačbe $z^4 = 1$.
4. [10]
 - (a) [4] Definiraj, kdaj je preslikava $f : X \rightarrow Y$ surjektivna, in nato poišči eksplicitni predpis surjektivne preslikave $f : \mathbb{Z} \rightarrow \{-1, 0, 1\}$.
 - (b) [6] Dokaži: če je $f : X \rightarrow Y$ bijektivna preslikava, tedaj obstaja natanko ena preslikava $g : Y \rightarrow X$, da velja $g \circ f = I_X$ in $f \circ g = I_Y$.

Vpisna številka

Priimek in ime

1. test pri predmetu MATEMATIKA I
Računski del - angleška verzija
7. 11. 2025

Navodila:

- *Pripravi osebni dokument. Ugasni in odstrani mobilni telefon. Uporaba knjig, zapiskov, rešenih nalog in kalkulatorja ni dovoljena.*
 - *Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji ter ga jasno in nedvoumno podaj. V nasprotnem primeru bo celotna naloga ocenjena z 0 točkami. Naloge najprej rešuj na polo, nato na dodatne liste. Na vsak list, ki je priložen k testni/izpitni poli, označi ime in priimek oz. vpisno številko ter jasno označi katera naloga je reševana.*
 - *Dovoljeni pripomočki so: kemični svinčnik, svinčnik, nalivno pero, ravnilo, radirka, pripravljene listi s formulami, ki jih je pripravil asistent za ta test/izpit.*
 - *Čas reševanja je **75 minut**.*
-

1. [20] Does the following equality hold for each $n \in \mathbb{N}$

$$1 - 2 + 3 - \dots + (-1)^{n-1}n = \frac{1 + (-1)^{n-1}(2n+1)}{4}?$$

Elaborate.

2. [20] Let the function f be defined as follows:

$$f(x) = |x^2 + x - 2|.$$

- (a) [5] Sketch the graph of f .
(b) [15] Solve the inequality $f(x) \leq 3x^2 - 5x + 2$.

3. [20]

- (a) [10] Simplify the expression $i \cdot i^2 \cdot \dots \cdot i^{2025}$.
(b) [10] Show that

$$\left(\frac{19+7i}{9-i}\right)^5 + \left(\frac{20+5i}{7+6i}\right)^5$$

is a real number.

Vpisna številka

Priimek, ime

1. test pri predmetu MATEMATIKA I
Teoretični del - angleška verzija
7. 11. 2025

Navodila:

- *Pripravi osebni dokument.*
 - *Ugasni in odstrani mobilni telefon. Dovoljeni pripomočki so samo pisala.*
 - *Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana.*
 - *Čas reševanja je 40 minut.*
-

1. [10] Let $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid 3 + 2x - x^2 \geq 0\}$ and $B = \{1 - 2x \mid -1 < x \leq 1\}$.
 - (a) [6] Define a power set of a given set. Compute $\mathcal{P}(A \cap B)$ and $|A \setminus B|$.
 - (b) [4] In the Cartesian coordinate system draw the set $A \times \{\inf(B), \sup(B)\}$.
2. [10] Let x and y be any real numbers. If the property holds, prove it, otherwise find a counterexample.
 - (a) [5] $|xy| \leq |x| \cdot |y|$,
 - (b) [5] $|x^2 + xy + y^2| < 0$.
3. [10]
 - (a) [5] Derive the reciprocal of a complex number z in polar form.
 - (b) [5] Calculate the area of a regular n -sided polygon in the complex plane whose vertices are the solutions of the equation $z^4 = 1$.
4. [10]
 - (a) [4] Define, when a function $f : X \rightarrow Y$ is surjective. Find an explicit formula for a surjective function $f : \mathbb{Z} \rightarrow \{-1, 0, 1\}$.
 - (b) [6] Prove the following theorem: if $f : X \rightarrow Y$ is bijective, then there is precisely one function $g : Y \rightarrow X$, such that $g \circ f = I_X$ and $f \circ g = I_Y$.

Vpisna številka

Priimek, ime

K KI

1. test pri predmetu MATEMATIKA A
Teoretični del
13. 11. 2025

Navodila:

- *Pripravi osebni dokument.*
 - *Ugasni in odstrani mobilni telefon. Dovoljeni pripomočki so samo pisala.*
 - *Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana.*
 - *Čas reševanja je 40 minut.*
-

1. **[10]** Naj bodo x, y, z poljubna realna števila. Če lastnost velja, jo dokaži, v nasprotnem jo ovrži s protiprimerom:

(a) $|x - y| \leq |x| - |y|$,

(b) $|x + y - z| = |x| + |y| - |z|$.

2. **[10]** Kompleksno število z je podano v polarni obliki $z = r(\cos \varphi + i \sin \varphi) \in \mathbb{C}$.

(a) **[3]** Kje v ravnini $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ ležijo rešitve enačbe $z^{100} = 1$?
(Enačbe ni potrebno rešiti.)

(b) **[7]** Z matematično indukcijo dokaži, da za vsako naravno število n velja

$$z^n = r^n(\cos(n\varphi) + i \sin(n\varphi)).$$

3. [10]

- (a) [6] Definiraj obratno funkcijo f^{-1} od funkcije f s predpisom $f(x) = \tan x$ (predpis, definicijsko območje, zaloga vrednosti, graf), ter pokaži, ali je f^{-1} omejena funkcija (poišči $\inf f^{-1}$ in $\sup f^{-1}$).
- (b) [4] Dokaži, da za vsako realno število x velja enakost:

$$\operatorname{atan} x + \operatorname{acot} x = \frac{\pi}{2}.$$

4. [10]

(a) [2] Definiraj stekališče zaporedja (a_n) .

(b) [8] Dokaži trditev:

Vsako padajoče in (navzdol) omejeno zaporedje je konvergentno.

Vpisna številka

Priimek, ime

K KI

1. test pri predmetu MATEMATIKA A
Teoretični del - angleška verzija
13. 11. 2025

Navodila:

- *Pripravi osebni dokument.*
 - *Ugasni in odstrani mobilni telefon. Dovoljeni pripomočki so samo pisala.*
 - *Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana.*
 - *Čas reševanja je 40 minut.*
-

1. **[10]** Let x and y be any real numbers. If the property holds, prove it, otherwise find a counterexample.

(a) $|x - y| \leq |x| - |y|$,

(b) $|x + y - z| = |x| + |y| - |z|$.

2. **[10]** The complex number z is given in a polar form $z = r(\cos \varphi + i \sin \varphi) \in \mathbb{C}$.

(a) **[3]** Where in the plane $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ do the solutions of equation $z^{100} = 1$ lie?
(It is not necessary to solve the equation.)

(b) **[7]** Prove by mathematical induction

$$z^n = r^n(\cos(n\varphi) + i \sin(n\varphi))$$

for each positive integer n .

3. [10]

- (a) [6] Define the inverse function f^{-1} of the function f given by $f(x) = \tan x$ (give the rule, domain, codomain, graph), and prove whether f^{-1} is a bounded function (find $\inf f^{-1}$ and $\sup f^{-1}$).
- (b) [4] Prove that for each $x \in \mathbb{R}$ the following holds:

$$\arctan x + \operatorname{arccot} x = \frac{\pi}{2}.$$

4. [10]

- (a) [2] Define the accumulation point of a sequence (a_n) .
- (b) [8] Prove the following statement:
Each decreasing and bounded below sequence is convergent.