

Vpisna številka

Priimek, ime

Smer K KI

1. test pri predmetu MATEMATIKA C

Računski del

7. 12. 2023

Navodila:

- Pripravi osebni dokument. Ugasni in odstrani mobilni telefon. Uporaba knjig, zapiskov, rešenih nalog in kalkulatorja ni dovoljena.
 - Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji ter ga jasno in nedvoumno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana. Naloge najprej rešuj na polo, nato na dodatne liste. Na vsak list, ki je priložen k testni/izpitni poli, označi ime in priimek oz. vpisno številko ter jasno označi katera naloga je reševana.
 - Dovoljeni pripomočki so: kemični svinčnik, svinčnik, nalivno pero, ravnilo, radirka, pripravljene listi s formulami, ki jih je pripravil asistent za ta izpit.
 - Čas reševanja je **75 minut**.
-

1. [20] Funkcija f je podana s predpisom $f(x, y) = \sqrt{\frac{\ln(y^2 - x + 1)}{\ln(xy)}}$.

(a) [8] Določi in skiciraj naravno definicijsko območje funkcije f .

(b) [6] Skiciraj nivojnico N_1 .

(c) [6] Skiciraj prerez nad $x = 1$.

2. [20] Naj bo $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + 2y^2 \leq 2, y \geq 0\}$. Poišči globalne ekstreme funkcije $f : D \rightarrow \mathbb{R}$, ki je podana s predpisom $f(x, y) = ye^{-x^2 - y^2}$.

3. [20] Telo G leži v prostoru \mathbb{R}^3 in je podano takole

$$x^2 + y^2 + z^2 \geq 1 \quad \text{in} \quad \sqrt{x^2 + y^2} \leq \sqrt{3}z \leq 2\sqrt{3}.$$

Izračunaj vztrajnostni moment pri vrtenju telesa G okoli osi z osi, če veš, da je gostota v posamezni točki telesa enaka kvadratu razdalje te točke do ravnine $y = 0$. Telo G tudi skiciraj.

Vpisna številka

Priimek, ime

Smer K KI

1. test pri predmetu MATEMATIKA C

Teoretični del

7. 12. 2023

Navodila:

- *Pripravi osebni dokument.*
 - *Ugasni in odstrani mobilni telefon. Dovoljeni pripomočki so samo pisala.*
 - *Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana.*
 - **Čas reševanja je 40 minut.**
-

1. **[10]** Naj bo $f : D \subseteq \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ funkcija.

(a) **[6]** Definiraj lokalni ekstrem funkcije f v točki $(a, b) \in D$.

(b) **[4]** Podaj primer funkcije $f : D \subseteq \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, ki v stacionarni točki nima lokalnega ekstrema. Utemelji svojo izbiro.

2. [10]

- (a) [5] Vpelji dvojni integral funkcije $f : D \subseteq \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ (delitev območja, Riemannova vsota, definicija dvojnega integrala).
- (b) [5] Dokaži trditev, da se za poljubno delitev Δ območja D Riemannova vsota funkcije f nahaja med spodnjo in zgornjo Darbouxovo vsoto (funkcije f glede na delitev Δ).

3. **[10]** Za $a, b, c > 0$ so modificirane sferne koordinate enake $x(r, \varphi, \vartheta) = ar \cos \varphi \cos \vartheta$, $y(r, \varphi, \vartheta) = br \sin \varphi \cos \vartheta$, $z(r, \varphi, \vartheta) = cr \sin \vartheta$.

(a) **[5]** Poišči determinanto Jacobijeve matrike za modificirane sferne koordinate.

(b) **[5]** Za $f(x, y, z) = \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2}$, kjer je $x = x(r, \varphi, \vartheta)$, $y = y(r, \varphi, \vartheta)$, $z = z(r, \varphi, \vartheta)$, poišči parcialni odvod $\frac{\partial f}{\partial r}$.

4. [10] Dokaži, da za $x, y > 0$ velja

$$\mathcal{B}(x, y) = \frac{\Gamma(x)\Gamma(y)}{\Gamma(x+y)}.$$