

Vpisna številka

Priimek in ime

2. test pri predmetu MATEMATIKA I**Računski del****17. 12. 2021****Navodila:**

- Pripravi osebni dokument. Ugasni in odstrani mobilni telefon. Uporaba knjig, zapiskov, rešenih nalog in kalkulatorja ni dovoljena.
- Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji ter ga jasno in nedvoumno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana. Naloge najprej rešuj na polo, nato na dodatne liste. Na vsak list, ki je priložen k testni/izpitni poli, označi ime in priimek oz. vpisno številko ter jasno označi katera naloga je reševana.
- Dovoljeni pripomočki so: kemični svinčnik, svinčnik, nalivno pero, ravnilo, radirka, pripravljene listi s formulami, ki jih je pripravil asistent za ta izpit.
- Čas reševanja je **75 minut**.

1. [20] Zaporedje (a_n) je podano s splošnim členom

$$a_n = \frac{(-1)^n n^2}{3n^2 + 1}.$$

- (a) [10] Ali je zaporedje omejeno? Če je, poišči tudi zgornjo in spodnjo mejo.
- (b) [10] Ali je zaporedje konvergetno? Če je, poišči limito.

Vse odgovore računsko utemelji.

2. [20] Funkcija f je podana s predpisom

$$f(x) = \ln \left(\frac{2x}{x+1} \right).$$

- (a) [10] Določi naravno definicijsko območje in zalogo vrednosti funkcije f .
- (b) [10] Izračunaj kompozitum funkcij $f \circ g$, kjer je $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ funkcija s predpisom,

$$g(x) = \begin{cases} 1 & ; x \leq 1 \\ \frac{x}{1-x} & ; x > 1 \end{cases}.$$

Skiciraj tudi graf funkcije $f \circ g$.

3. [20] Poišči tak polinom p prve stopnje, da bo funkcija f , ki je podana s predpisom

$$f(x) = \begin{cases} \frac{e^2 - e^{-2x}}{\sqrt[3]{x} + 1} & ; x < -1 \\ p(x) & ; -1 \leq x \leq 0 \\ (1 + 2x)^{\frac{1}{x}} & ; x > 0 \end{cases},$$

zvezna množici realnih števil.

Nalogo reši brez uporabe odvoda.

Vpisna številka

Priimek, ime

K KI

2. test pri predmetu MATEMATIKA A
Računski del
17. 12. 2021

Navodila:

- *Pripravi osebni dokument. Ugasni in odstrani mobilni telefon. Uporaba knjig, zapiskov, rešenih nalog in kalkulatorja ni dovoljena.*
 - *Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji ter ga jasno in nedvoumno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana. Naloge najprej rešuj na polo, nato na dodatne liste. Na vsak list, ki je priložen k testni/izpitni poli, označi ime in priimek oz. vpisno številko ter jasno označi katera naloga je reševana.*
 - *Dovoljeni pripomočki so: kemični svinčnik, svinčnik, nalivno pero, ravnilo, radirka, pripravljene listi s formulami, ki jih je pripravil asistent za ta izpit.*
 - **Čas reševanja je 75 minut.**
-

1. [15] Izračunaj

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{(1 + 3 \sin x)^{\frac{1}{x}}}{e^3} \right)^{\frac{1}{x}}.$$

2. [10] Pod katerim kotom normala na krivuljo z enačbo $x^5 + y^5 - 2xy = 0$ v točki $T(1, 1)$ seka os x ?
3. [20] Razvij funkcijo $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, ki je podana s predpisom

$$f(x) = (x^2 - 2x)e^{-2x},$$

v Taylorjevo vrsto v okolici točke 0 in izračunaj vsoto vrste

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+4}{n!}$$

4. [15] Med vsemi trapezi z obsegom 4 in kotom pri eni od osnovnic (tj. kot med eno osnovnico in vsako od preostalih dveh stranic trapeza, ki se dotikata te osnovnice) $\frac{\pi}{3}$ poišči tistega, ki ima največjo ploščino.

Vpisna številka

Priimek, ime

2. test pri predmetu MATEMATIKA I
Teoretični del
17. 12. 2021

Navodila:

- *Pripravi osebni dokument.*
 - *Ugasni in odstrani mobilni telefon. Dovoljeni pripomočki so samo pisala.*
 - *Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana.*
 - **Čas reševanja je 40 minut.**
-

1. **[5]** Podaj primer zaporedja, ki je omejeno in ni konvergentno.
Utemelji svojo izbiro.

2. **[15]**

(a) **[8]** Definiraj inverzno funkcijo f^{-1} od funkcije s predpisom $f(x) = \sin x$. Poišči njeno definicijsko območje, zalogo vrednosti in skiciraj graf funkcije f^{-1} .

(b) **[7]** Izpelji zvezo:

$$a \sin x + a \cos x = \frac{\pi}{2}.$$

3. **[10]** Naj bosta $f : \mathcal{D}_f \rightarrow \mathbb{R}$ in $g : \mathcal{D}_g \rightarrow \mathbb{R}$ funkciji.

(a) **[5]** Definiraj definicijsko območje $\mathcal{D}_{f \circ g}$ kompozituma funkcij f in g .

(b) **[5]** Poišči $\mathcal{D}_{f \circ g}$, če je $f(x) = \frac{2}{x+2}$ in $g(x) = \sqrt[3]{x-1}$.

4. **[10]** Naj bo $f(x) = \log_a(x+1)$.

(a) **[5]** Za katere vrednosti a je f strogo padajoča funkcija?

(b) **[5]** Izpelji limito:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log_a(x+1)}{x} = \frac{1}{\ln a}.$$

Vpisna številka

Priimek, ime

K KI

2. test pri predmetu MATEMATIKA A

Teoretični del

17. 12. 2021

Navodila:

- *Pripravi osebni dokument.*
 - *Ugasni in odstrani mobilni telefon. Dovoljeni pripomočki so samo pisala.*
 - *Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana.*
 - **Čas reševanja je 40 minut.**
-

1. **[10]** Naj bo $f(x) = \cos x$.
 - (a) **[5]** Z uporabo definicije odvoda izpelji odvod funkcije f .
 - (b) **[5]** Z uporabo odvoda poišči interval(e) konveksnosti funkcije f .
2. **[10]** Naj bo $f : \mathcal{D} \subseteq \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ odvedljiva funkcija.
 - (a) **[4]** Definiraj lokalni minimum funkcije f v točki a .
 - (b) **[6]** Definiraj stacionarno točko funkcije f in podaj primer funkcije, ki v stacionarni točki nima lokalnega ekstrema
3. **[10]** Dokaži pravilo za odvod produkta dveh odvedljivih funkcij.
4. **[10]** Če obstajajo, poišči vse točke v katerih funkcija f , ki je podana s predpisom $f(x) = |2 - |x - 1||$, ni odvedljiva.