

Vpisna številka

Priimek in ime

3. test pri predmetu MATEMATIKA I
Računski del
23. 1. 2023

Navodila:

- *Pripravi osebni dokument. Ugasni in odstrani mobilni telefon. Uporaba knjig, zapiskov, rešenih nalog in kalkulatorja ni dovoljena.*
 - *Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji ter ga jasno in nedvoumno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana. Naloge najprej rešuj na polo, nato na dodatne liste. Na vsak list, ki je priložen k testni/izpitni poli, označi ime in priimek oz. vpisno številko ter jasno označi katera naloga je reševana.*
 - *Dovoljeni pripomočki so: kemični svinčnik, svinčnik, nalivno pero, ravnilo, radirka, pripravljene listi s formulami, ki jih je pripravil asistent za ta test/izpit.*
 - *Čas reševanja je **75 minut**.*
-

1. **[20]** Preuči monotonost, omejenost in konvergenco zaporedja (a_n) , ki je podano s splošnim členom

$$a_n = \frac{2^{2n}}{2^n + 4^{n+1}}.$$

V primeru, da je zaporedje (a_n) omejeno, poišči tudi spodnjo in zgornjo mejo. Vse odgovore računsko utemelji.

2. [20] Funkcija f je podana s predpisom

$$f(x) = \sqrt{\frac{x^2 - 3x - 4}{x}}.$$

- (a) [10] Določi naravno definicijsko območje in zalogo vrednosti funkcije f .
- (b) [10] Izračunaj kompozitum funkcij $g \circ f$, kjer je $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ funkcija s predpisom,

$$g(x) = \begin{cases} 1 & ; x \leq 0 \\ \frac{1}{x^2} & ; x > 0 \end{cases}.$$

Graf funkcije $g \circ f$ tudi skiciraj.

3. [20] Poišči tak polinom p druge stopnje, za katerega velja $p(0) = 0$, da bo funkcija f , ki je podana s predpisom

$$f(x) = \begin{cases} \frac{4x^2 - 1}{1 + \sqrt[3]{2x}} & ; x < -\frac{1}{2} \\ p(x) & ; -\frac{1}{2} \leq x \leq 1, \\ \frac{1 - \cos(1 - x)}{x \ln(x^2 - x + 1) - \ln(x^2 - x + 1)} & ; x > 1 \end{cases}$$

zvezna množici realnih števil.

Nalogo reši brez uporabe odvoda.

Vpisna številka

Priimek, ime

K KI

3. test pri predmetu MATEMATIKA A
Računski del
23. 1. 2023

Navodila:

- *Pripravi osebni dokument. Ugasni in odstrani mobilni telefon. Uporaba knjig, zapiskov, rešenih nalog in kalkulatorja ni dovoljena.*
 - *Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji ter ga jasno in nedvoumno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana. Naloge najprej rešuj na polo, nato na dodatne liste. Na vsak list, ki je priložen k testni/izpitni poli, označi ime in priimek oz. vpisno številko ter jasno označi katera naloga je reševana.*
 - *Dovoljeni pripomočki so: kemični svinčnik, svinčnik, nalivno pero, ravnilo, radirka, pripravljene listi s formulami, ki jih je pripravil asistent za ta izpit.*
 - *Čas reševanja je **75 minut**.*
-

1. **[15]** Izračunaj enačbo normale na krivuljo \mathcal{K} z enačbo $(x^2 + y^2 - x)^2 = 8xy$ v točki $T(1, 2)$.

2. **[15]** Izračunaj vsoto vrste

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}(n-2)}{2^n \cdot n!}.$$

Namig: lahko si pomagaš z razvojem funkcije f , ki podana s predpisom $f(x) = (x+2)e^{-x}$, v Taylorjevo vrsto v okolici točke 0.

3. [15] Izračunaj limito

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{e^3}{(1 + 3x)^{\frac{1}{x}}} \right)^{\frac{1}{x}} .$$

4. **[15]** V območje v ravnini, ki je določeno z množico M ,

$$M = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 4 - x^2\}$$

včrtaj pravokotnik tako, da bo njegova ploščina največja možna. Pri tem naj velja, da je stranica vzporedna z osjo x . Ploščino pravokotnika tudi izračunaj.

Vpisna številka

Priimek, ime

3. test pri predmetu MATEMATIKA I
Teoretični del
23. 1. 2023

Navodila:

- *Pripravi osebni dokument.*
 - *Ugasni in odstrani mobilni telefon. Dovoljeni pripomočki so samo pisala.*
 - *Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana.*
 - *Čas reševanja je 40 minut.*
-

1. [10]

- (a) **[5]** Definiraj obratno funkcijo od eksponentne funkcije (poišči njen predpis, D_f , Z_f , graf funkcije).
- (b) **[5]** Ali je funkcija f , ki je podana s predpisom $f(x) = \sin x + \cos x$, omejena? (Utemelji odgovor.)

2. [10]

- (a) [5] Definiraj definijsko območje kompozituma funkcij f in g , $f \circ g$.
- (b) [5] Poišči $D_{f \circ g}$, če je $f(x) = \arcsin(x - 1)$ in $g(x) = \frac{2}{x-2}$.

3. [10] Naj bosta (a_n) in (b_n) konvergentni zaporedji z limitama A in B . Dokaži, da je potem $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n - b_n) = A - B$.

4. [10] Izpelji naslednji limiti funkcije:

(a) [5] $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x},$

(b) [5] $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x}.$

Vpisna številka

Priimek, ime

K KI

2. test pri predmetu MATEMATIKA A
Teoretični del
23. 1. 2023

Navodila:

- *Pripravi osebni dokument.*
 - *Ugasni in odstrani mobilni telefon. Dovoljeni pripomočki so samo pisala.*
 - *Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana.*
 - *Čas reševanja je 40 minut.*
-

1. [10] Izpelj pravili za nedoločeno integriranje:

(a) [3] $\int \frac{dx}{\sin^2 x} = -\cot x + C,$

(b) [7] $\int \frac{dx}{a^2 - x^2} = \frac{1}{2a} \ln \left| \frac{a+x}{a-x} \right| + C.$

2. [10]

(a) [5] Poišči funkcijo g , če je $g'(x) = \sin x + \frac{1}{x} + 2$.

(b) [5] Dokaži trditev:

Če je F nedoločeni integral funkcije f , tedaj je tudi $F + C$, $C \in \mathbb{R}$ nedoločeni integral od f .

3. [10]

(a) [5]

(b) [5]

4. [10]