

Vpisna številka

Priimek in ime

2. test pri predmetu MATEMATIKA I
Računski del
15. 12. 2023

Navodila:

- *Pripravi osebni dokument. Ugasni in odstrani mobilni telefon. Uporaba knjig, zapiskov, rešenih nalog in kalkulatorja ni dovoljena.*
- *Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji ter ga jasno in nedvoumno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana. Naloge najprej rešuj na polo, nato na dodatne liste. Na vsak list, ki je priložen k testni/izpitni poli, označi ime in priimek oz. vpisno številko ter jasno označi katera naloga je reševana.*
- *Dovoljeni pripomočki so: kemični svinčnik, svinčnik, nalivno pero, ravnilo, radirka, pripravljene listi s formulami, ki jih je pripravil asistent za ta test/izpit.*
- *Čas reševanja je 75 minut.*

1. [15] Ali je zaporedje (a_n) , ki je podano s splošnim členom,

$$a_n = \frac{(-1)^n n^2}{n^2 + n + 1},$$

omejeno? V tem primeru poišči tudi zgornjo in spodnjo mejo.

2. [10] Določi naravno definicijsko območje funkcije f , ki je podana s predpisom

$$f(x) = \frac{\sqrt{4x^2 - 1}}{\ln(2x - x^2)}.$$

3. [15] Izračunaj oba kompozituma funkcij f in g , ki sta podani s predpisoma

$$f(x) = \begin{cases} 1 & ; x < 1 \\ \frac{2x}{x+1} & ; x \geq 1 \end{cases} \quad \text{in} \quad g(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & ; x \leq 0 \\ -\frac{1}{x} & ; x > 0 \end{cases}.$$

Graf funkcije $g \circ f$ tudi skiciraj.

4. [20] Ali obstaja tak polinom p , za katerega bo funkcija $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, ki je podana s predpisom

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\ln(-x)}{3 + \sqrt[3]{27x}} & ; x < -1 \\ p(x) & ; -1 \leq x \leq 2 \\ (x-1)^{\frac{1}{3x-9}} & ; x > 2 \end{cases},$$

zvezna množici realnih števil? Če obstaja, ga poišči.

Nalogo reši brez uporabe odvoda.

Vpisna številka

Priimek, ime

K KI

2. test pri predmetu MATEMATIKA A
Računski del
15. 12. 2023

Navodila:

- *Pripravi osebni dokument. Ugasni in odstrani mobilni telefon. Uporaba knjig, zapiskov, rešenih nalog in kalkulatorja ni dovoljena.*
 - *Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji ter ga jasno in nedvoumno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana. Naloge najprej rešuj na polo, nato na dodatne liste. Na vsak list, ki je priložen k testni/izpitni poli, označi ime in priimek oz. vpisno številko ter jasno označi katera naloga je reševana.*
 - *Dovoljeni pripomočki so: kemični svinčnik, svinčnik, nalivno pero, ravnilo, radirka, pripravljene listi s formulami, ki jih je pripravil asistent za ta izpit.*
 - *Čas reševanja je **75 minut**.*
-

1. [15] Pod katerim kotom se sekata krivulji z enačbama $xy = \sqrt{5}$ in $x^2 - y^2 = 4$?

2. [15] Izračunaj limito

$$\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{e}{x^{\frac{1}{x-1}}} \right)^{\frac{1}{\ln(x)}}.$$

3. [15] Razvij funkcijo f , ki je podana s predpisom $f(x) = \frac{1}{3x-x^2}$, v Taylorjevo vrsto v okolici točke $x = -1$.

4. [15] V pokončni stožec, ki ima radij osnovne ploskve 1 enoto in višino 3 enote, včrtaj valj tako, da bo imel največji volumen. Volumen tudi izračunaj.

Vpisna številka

Priimek, ime

2. test pri predmetu MATEMATIKA I
Teoretični del
15. 12. 2023

Navodila:

- *Pripravi osebni dokument.*
 - *Ugasni in odstrani mobilni telefon. Dovoljeni pripomočki so samo pisala.*
 - *Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana.*
 - **Čas reševanja je 40 minut.**
-

1. [10]

- (a) [5] Na enotski krožnici defiraj vse 4 kotne funkcije (obvezna je skica).
- (b) [5] Izpelji zvezo za komplementarne kote za funkciji sinus in kosinus.

2. [10]

- (a) [5] Definiraj oz. vpelji inverzno funkcijo od funkcije $f(x) = \sin x$.
(definicijsko območje, zaloga vrednosti, povezava z f , graf)
- (b) [5] Dokaži zvezo: $\arcsin x + \arccos x = \frac{\pi}{2}$.

3. [10]

(a) [7] Dokaži pravilo za računanje z limitami

$$\lim_{x \rightarrow a} (f(x) + g(x)) = \lim_{x \rightarrow a} f(x) + \lim_{x \rightarrow a} g(x).$$

(b) [3] Na konkretnem primeru zveznih funkcij f in g uporabi pravilo

$$\lim_{x \rightarrow a} f(g(x)) = f(\lim_{x \rightarrow a} g(x)).$$

4. [10]

(a) [4] Izpelji limito $\lim_{u \rightarrow 0} \frac{\log_a(1+u)}{u}$.

(b) [6] Z uporabo limite iz točke a) za poljuben $x \in \mathbb{R}^+$ izračunaj limito

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\log_a(x+h) - \log_a x}{h}.$$

Vpisna številka

Priimek, ime

K KI

2. test pri predmetu MATEMATIKA A
Teoretični del
15. 12. 2023

Navodila:

- *Pripravi osebni dokument.*
 - *Ugasni in odstrani mobilni telefon. Dovoljeni pripomočki so samo pisala.*
 - *Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana.*
 - **Čas reševanja je 40 minut.**
-

1. [10]

- (a) **[4]** Po definiciji odvoda izpelji odvod funkcije $f(x) = \log_a x$.
- (b) **[6]** Navedi in dokaži izrek o povezavi med odvodom funkcije f in odvodom njej inverzne funkcije f^{-1} .

2. [10]

- (a) [4] Definiraj lokalni minimum funkcije $f : D \subseteq \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ v točki $a \in D$.
- (b) [6] Dokaži trditev:
Če je f diferenciable funkcija v točki a , tedaj je f odvedljiva v a .

3. [10]

- (a) [5] Definiraj konkavnost funkcije f na intervalu I .
- (b) [5] Z uporabo odvoda dokaži pri kateri osnovi a je $f(x) = \log_a x$ konkavna funkcija.

4. [10]

- (a) [5] Definiraj Taylorjev polinom Q_n stopnje n vsaj n -krat odvedljive funkcije f v točki a in pokaži, da je $Q_n'''(a) = f'''(a)$.
- (b) [5] Izpelji Eulerjevo formulo $e^{ix} = \cos x + i \sin x$.