

Vpisna številka

Priimek, ime

Smer K KI

2. test pri predmetu MATEMATIKA C

Računski del

29. 1. 2024

Navodila:

- *Pripravi osebni dokument. Ugasni in odstrani mobilni telefon. Uporaba knjig, zapiskov, rešenih nalog in kalkulatorja ni dovoljena.*
 - *Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji ter ga jasno in nedvoumno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana. Naloge najprej rešuj na polo, nato na dodatne liste. Na vsak list, ki je priložen k testni/izpitni poli, označi ime in priimek oz. vpisno številko ter jasno označi katera naloga je reševana.*
 - *Dovoljeni pripomočki so: kemični svinčnik, svinčnik, nalivno pero, ravnilo, radirka, pripravljene listi s formulami, ki jih je pripravil asistent za ta izpit.*
 - *Čas reševanja je 75 minut.*
-

1. [20] Krivulja \mathcal{K} je podana kot presek ploskev z enačbama $y = x^2 + z^2$ in $y = 1 - x^2$.
 - (a) Skiciraj krivuljo \mathcal{K} in izračunaj enačbo tangente na krivuljo \mathcal{K} v točki $(0, 1, -1)$.
 - (b) Izračunaj $\int_{\mathcal{K}} (y + z) dx + (x + z) dy + (x + y) dz$.
2. [20] Telo \mathcal{G} je v prostoru \mathbb{R}^3 določeno takole $x^2 + y^2 \leq 1$, $0 \leq z \leq 1 + y$. Izračunaj maso roba telesa \mathcal{G} , $\partial\mathcal{G}$, če veš, da je gostota v posamezni točki enaka $\rho(x, y, z) = (x^2 + y^2)z^2$. Telo \mathcal{G} tudi skiciraj.
3. [20]* Naj bo $x = x(t)$ in $y = y(t)$. Reši sistem diferencialnih enačb.

$$\begin{aligned}x'' &= x - \frac{3}{2}y \\ y' &= 2x + y,\end{aligned}$$

če veš, da je $x(0) = 1$, $x'(0) = 0$ in $y(0) = 0$.

*Vse točke so bile dosežene že v primeru eksplisitne navedbe $X(z)$ in $Y(z)$.

Vpisna številka

Priimek, ime

Smer K KI

2. test pri predmetu MATEMATIKA C

Teoretični del

29. 1. 2024

Navodila:

- *Pripravi osebni dokument.*
 - *Ugasni in odstrani mobilni telefon. Dovoljeni pripomočki so samo pisala.*
 - *Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana.*
 - **Čas reševanja je 40 minut.**
-

1. **[10]** Naj bo \mathcal{K} krivulja v prostoru \mathbb{R}^3 .

(a) **[3]** Zapiši enačbo tangente na \mathcal{K} v točki $T = \vec{r}(a)$, če je $\vec{r}(t)$ parametrizacija \mathcal{K} .

(b) **[7]** Izpelji enačbo tangente v T , če je \mathcal{K} podana kot presek dveh implicitno podanih ploskev.

2. [10] Navedi in dokaži po eno lastnost

(a) [3] gradienta.

(b) [7] rotorja.

3. [10] Dokaži Greenovo formulo, ki pravi, da je za omejeno območje \mathcal{D} , katerega rob $\partial\mathcal{D}$ je sestavljen iz gladkih krivulj

$$\int_{\partial\mathcal{D}} f_1 dx + f_2 dy = \int \int_{\mathcal{D}} \left(\frac{\partial f_2}{\partial x} - \frac{\partial f_1}{\partial y} \right) dx dy.$$

4. [10] Prevedi parcialno diferencialno enačbo

$$\frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial x^2} = \sin t$$

na navadno diferencialno enačbo in poišči rešitev njenega homogenega dela, pri čemer sta začetna pogoja $u(x, 0) = 0$, $\frac{\partial u}{\partial t}(x, 0) = -1$ in robna pogoja $u(0, t) = 0$, $u(1, t) = \frac{t}{2}$.