

Vpisna številka

Priimek in ime

---

**3. test pri predmetu MATEMATIKA I**  
**Računski del**  
**23. 1. 2023**

---

**Navodila:**

- *Pripravi osebni dokument. Ugasni in odstrani mobilni telefon. Uporaba knjig, zapiskov, rešenih nalog in kalkulatorja ni dovoljena.*
  - *Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji ter ga jasno in nedvoumno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana. Naloge najprej rešuj na polo, nato na dodatne liste. Na vsak list, ki je priložen k testni/izpitni poli, označi ime in priimek oz. vpisno številko ter jasno označi katera naloga je reševana.*
  - *Dovoljeni pripomočki so: kemični svinčnik, svinčnik, nalivno pero, ravnilo, radirka, pripravljene listi s formulami, ki jih je pripravil asistent za ta test/izpit.*
  - **Čas reševanja je 75 minut.**
- 

1. [10] Izračunaj limito

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{e}{(1 + \sin x)^{\frac{1}{x}}} \right)^{\frac{1}{2x}} .$$

2. **[15]** Funkcija  $f$  je podana s predpisom  $f(x) = \frac{x}{x^2+x+1}$ . Poišči vse točke  $T$  na grafu funkcije  $f$ , za katere velja, da je tangenta na graf funkcije  $f$  v točki  $T$  vzporedna s premico z enačbo  $2y - 3 = 0$ .

3. **[15]** Razvij funkcijo  $f : [\frac{1}{4}, \frac{3}{4}] \rightarrow \mathbb{R}$ , ki je podana s predpisom

$$f(x) = \arcsin(\sqrt{1-x}),$$

v Taylorjev polinom v okolici točke  $\frac{1}{2}$ .

4. **[20]** Za funkcijo  $f$ , ki je podana s predpisom  $f(x) = x^2 e^{-x^2}$ , najprej določi naravno definicijsko območje, obnašanje na robu, zalogo vrednosti, ničle, pole, asimptote, intervale naraščanja in padanja, ekstreme in nato skiciraj graf funkcije  $f$ .

Vpisna številka

Priimek, ime

K KI

---

**3. test pri predmetu MATEMATIKA A**  
**Računski del**  
**23. 1. 2023**

---

**Navodila:**

- *Pripravi osebni dokument. Ugasni in odstrani mobilni telefon. Uporaba knjig, zapiskov, rešenih nalog in kalkulatorja ni dovoljena.*
  - *Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji ter ga jasno in nedvoumno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana. Naloge najprej rešuj na polo, nato na dodatne liste. Na vsak list, ki je priložen k testni/izpitni poli, označi ime in priimek oz. vpisno številko ter jasno označi katera naloga je reševana.*
  - *Dovoljeni pripomočki so: kemični svinčnik, svinčnik, nalivno pero, ravnilo, radirka, pripravljene listi s formulami, ki jih je pripravil asistent za ta izpit.*
  - *Čas reševanja je **75 minut**.*
- 

1. [10] Izračunaj integral

$$\int x \tan^2 x \, dx.$$

2. [20] Izračunaj integral

$$\int \frac{7e^{2x}}{e^{3x} - e^{2x} - e^x - 2} dx.$$

3. **[15]** Lik  $\mathcal{L}$  je polravnini  $x \geq 0$  omejen s krivuljama z enačbama  $x^2 - y^2 = 2$  in  $x = 2$ . Skiciraj lik  $\mathcal{L}$  in izračunaj površino rotacijskega telesa pri vrtenju lika  $\mathcal{L}$  okoli osi  $y$ .

4. [15] Preuči konvergenco integralov

(a)  $\int_0^1 \frac{1}{x - \sqrt[3]{x}} dx,$

(b)  $\int_{-\infty}^0 3^x dx.$



Vpisna številka

Priimek, ime

---

**3. test pri predmetu MATEMATIKA I**  
**Teoretični del**  
**23. 1. 2023**

---

**Navodila:**

- *Pripravi osebni dokument.*
  - *Ugasni in odstrani mobilni telefon. Dovoljeni pripomočki so samo pisala.*
  - *Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana.*
  - *Čas reševanja je 40 minut.*
- 

**1. [10]**

- (a) **[5]** Naj bo  $c \in \mathbb{R}$  in naj bo  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  konstantna funkcija  $f(x) = c$ . Dokaži, da je tedaj  $f'(x) = 0$ , za vsak  $x \in \mathbb{R}$ .
- (b) **[5]** Poišči enačbo tangente na graf odvedljive funkcije  $f$  v točki  $a$ .

2. [10] Dokaži trditev:

Odvedljiva funkcija  $f : (a, b) \rightarrow \mathbb{R}$  je padajoča na  $(a, b)$  natanko tedaj, ko je  $f'(x) \leq 0, \forall x \in (a, b)$ .

3. [10]

(a) [5] Definiraj prevoj funkcije  $f$ .

(b) [5] Za funkcijo  $f(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$  določi območja konveksnosti oz. konkavnosti.

4. **[10]** Dana je funkcija dveh spremenljivk  $f(x, y) = (x^2 + 2y^2)^5$ .

(a) **[5]** Poišči definijsko območje funkcije  $f$

(b) **[5]** Poišči stacionarne točke funkcije  $f$ .

Vpisna številka

Priimek, ime

K KI

---

**3. test pri predmetu MATEMATIKA A**  
**Teoretični del**  
**23. 1. 2023**

---

**Navodila:**

- *Pripravi osebni dokument.*
  - *Ugasni in odstrani mobilni telefon. Dovoljeni pripomočki so samo pisala.*
  - *Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana.*
  - *Čas reševanja je **40 minut**.*
- 

1. **[5]** Poišči funkcijo  $f$  za katero je  $f'(\sin^2 x) = \cos^2 x$ .

2. [15]

- (a) [10] Izpelji metodo univerzalne substitucije pri integriranju trigonometričnih funkcij.
- (b) [5] Dokaži pravilo za nedoločeno integriranje

$$\int \frac{dx}{x} = \ln |x| + C, C \in \mathbb{R}.$$

3. [10]

(a) [5] Definiraj Eulerjevo funkcijo  $\Gamma$ .

(b) [5] Dokaži: za naravno število  $n$  velja  $\Gamma(n + 1) = n!$ .

4. [10] Dokaži da za omejeno funkcijo  $f$  in delitvi  $D$  in  $D'$ , kjer je  $D \subseteq D'$ , velja naslednja relacija med zgornjima Darbouxovima vsotama

$$S_{D'}(f) \leq S_D(f).$$