

Vpisna številka

Priimek in ime

---

**3. test pri predmetu MATEMATIKA I**  
**Računski del**  
**29. 1. 2024**

---

**Navodila:**

- *Pripravi osebni dokument. Ugasni in odstrani mobilni telefon. Uporaba knjig, zapiskov, rešenih nalog in kalkulatorja ni dovoljena.*
  - *Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji ter ga jasno in nedvoumno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana. Naloge najprej rešuj na polo, nato na dodatne liste. Na vsak list, ki je priložen k testni/izpitni poli, označi ime in priimek oz. vpisno številko ter jasno označi katera naloga je reševana.*
  - *Dovoljeni pripomočki so: kemični svinčnik, svinčnik, nalivno pero, ravnilo, radirka, pripravljene listi s formulami, ki jih je pripravil asistent za ta test/izpit.*
  - *Čas reševanja je 75 minut.*
- 

1. [15] Izračunaj

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{(1-x)^{-\frac{2}{x}}}{e^2} \right)^{\frac{2}{x}}.$$

2. **[15]** Poišči vse realne parametre  $a$ , za katere velja, da bo premica z enačbo  $y + ax = 1$  tangenta na graf funkcije  $f$ ,  $f(x) = x^3 + x + 1$ , v neki točki.

3. **[15]** Razvij funkcijo  $f : [1, \frac{5}{2}] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x \ln(3 - x)$ , v Taylorjev polinom tretje stopnje v okolici točke  $a = 2$  in oceni napako na danem intervalu.

4. **[15]** Funkcija  $f$  je podana s predpisom  $f(x) = \sqrt{x^3 + 3x^2 + 2x}$ . Določi naravno definicijsko območje funkcije  $f$ , ekstreme funkcije  $f$  ter intervale naraščanja in padanja funkcije  $f$ .

Vpisna številka

Priimek, ime

K KI

---

**3. test pri predmetu MATEMATIKA A**  
**Računski del**  
**29. 1. 2024**

---

**Navodila:**

- *Pripravi osebni dokument. Ugasni in odstrani mobilni telefon. Uporaba knjig, zapiskov, rešenih nalog in kalkulatorja ni dovoljena.*
  - *Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji ter ga jasno in nedvoumno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana. Naloge najprej rešuj na polo, nato na dodatne liste. Na vsak list, ki je priložen k testni/izpitni poli, označi ime in priimek oz. vpisno številko ter jasno označi katera naloga je reševana.*
  - *Dovoljeni pripomočki so: kemični svinčnik, svinčnik, nalivno pero, ravnilo, radirka, pripravljene listi s formulami, ki jih je pripravil asistent za ta izpit.*
  - **Čas reševanja je 75 minut.**
- 

1. [15] Izračunaj

$$\int \frac{\sqrt{x^2 + 2x}}{x + 1} dx.$$

2. [15] Izračunaj

$$\int \cos(x) \ln(1 + \cos^2(x)) dx.$$

3. **[15]** Funkcija  $f : [-2, 2] \rightarrow \mathbb{R}$  je podana s predpisom  $f(x) = 6 - 2|x|$ . Izračunaj volumen rotacijskega telesa, ki nastane pri vrtenju grafa funkcije  $f$  okoli premice z enačbo  $x = 4$ .

4. [15] Preuči konvergenco integralov.

(a)  $\int_1^{\sqrt{3}} \frac{1}{x^4 - 1} dx,$

(b)  $\int_0^{\infty} x^4 e^{-2x^2} dx.$

Če kateri od integralov konvergira, ga izračunaj.



Vpisna številka

Priimek, ime

---

**3. test pri predmetu MATEMATIKA I**  
**Teoretični del**  
**29. 1. 2024**

---

**Navodila:**

- *Pripravi osebni dokument.*
  - *Ugasni in odstrani mobilni telefon. Dovoljeni pripomočki so samo pisala.*
  - *Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana.*
  - **Čas reševanja je 40 minut.**
- 

1. [10]

- (a) [5] Zapiši enačbo tangente na graf odvedljive funkcije  $f$  v točki  $a$ .
- (b) [5] Z uporabo diferenciala poišči približno vrednost  $\sqrt{24}$ .

2. [10] Navedi in dokaži Rolleov izrek.

3. [10]

- (a) [5] Definiraj strogo padajočo funkcijo.
- (b) [5] Z uporabo odvoda pokaži za katero osnovo  $a$  je  $f(x) = 2a^{1-x}$  strogo padajoča funkcija.  
(Tabela odvodov:  $(a^x)' = a^x \ln a$ ,  $(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}$ .)

4. **[10]** Dana je funkcija dveh spremenljivk  $f(x, y) = \sqrt{2x^2 - y}$ .
- (a) **[5]** Poišči in skiciraj v ravnini definicijsko območje funkcije  $f$ .
  - (b) **[5]** Poišči parcialna odvoda funkcije  $f$ .

Vpisna številka

Priimek, ime

K KI

---

**3. test pri predmetu MATEMATIKA A**  
**Teoretični del**  
**29. 1. 2024**

---

**Navodila:**

- *Pripravi osebni dokument.*
  - *Ugasni in odstrani mobilni telefon. Dovoljeni pripomočki so samo pisala.*
  - *Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana.*
  - **Čas reševanja je 40 minut.**
- 

1. **[5]** Poišči vse funkcije  $f$  za katere je  $f''(x) = 2x + 3$ .

2. [15]

- (a) [10] Izpelji metodo univerzalne substitucije pri integriranju funkcij sestavljenih iz funkcij sinus in kosinus (vpelji novo spremenljivko, poišči  $dx$ ,  $\sin x$ ,  $\cos x$ ).
- (b) [5] Dokaži, da za  $C \in \mathbb{R}$  velja  $\int \frac{dx}{x} = \ln |x| + C$ .

3. [10] Navedi in dokaži Newton-Leibnizovo formulo.

4. [10] Dokaži, da za  $a_0 < a_1 < a_2 < \dots < a_{n-1} < a_n$ ,  $n \in \mathbb{N}$ , velja

$$\int_{a_0}^{a_n} f(x) \, dx = \sum_{i=1}^n \int_{a_{i-1}}^{a_i} f(x) \, dx.$$