

Vpisna številka

Priimek in ime

1. test pri predmetu MATEMATIKA II
Računski del
25. 3. 2022

Navodila:

- Pripravi osebni dokument. Ugasni in odstrani mobilni telefon. Uporaba knjig, zapiskov, rešenih nalog in kalkulatorja ni dovoljena.
 - Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji ter ga jasno in nedvoumno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana. Naloge najprej rešuj na polo, nato na dodatne liste. Na vsak list, ki je priložen k testni/izpitni poli, označi ime in priimek oz. vpisno številko ter jasno označi katera naloga je reševana.
 - Dovoljeni pripomočki so: kemični svinčnik, svinčnik, nalivno pero, ravnilo, radirka, pripravljene listi s formulami, ki jih je pripravil asistent za ta izpit.
 - Čas reševanja je **75 minut**.
-

1. [20] Reši matrično enačbo

$$XA = 3X + (B^T)^3,$$

kjer so

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 0 & 6 & 2 \\ 2 & 4 & 5 \end{bmatrix} \quad \text{in} \quad B = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}.$$

2. [20] V odvisnosti od parametra $a \in \mathbb{R}$ reši sistem enačb

$$ax - y + z = 2$$

$$2x + y - z = a$$

$$2x - y + az = 0.$$

3. [20] Poišči vse lastne vrednosti in lastne vektorje matrike A , kjer je

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Vpisna številka

Priimek, ime

K KI

1. test pri predmetu MATEMATIKA B

Računski del

25. 3. 2022

Navodila:

- *Pripravi osebni dokument. Ugasni in odstrani mobilni telefon. Uporaba knjig, zapiskov, rešenih nalog in kalkulatorja ni dovoljena.*
 - *Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji ter ga jasno in nedvoumno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana. Naloge najprej rešuj na polo, nato na dodatne liste. Na vsak list, ki je priložen k testni/izpitni poli, označi ime in priimek oz. vpisno številko ter jasno označi katera naloga je reševana.*
 - *Dovoljeni pripomočki so: kemični svinčnik, svinčnik, nalivno pero, ravnilo, radirka, pripravljene listi s formulami, ki jih je pripravil asistent za ta izpit.*
 - *Čas reševanja je **75 minut**.*
-

1. [20] Naj bo $y = y(x)$. Reši diferencialno enačbo

$$\frac{y}{x\sqrt{y'} + 2y'} - 1 = 0.$$

2. [20] Naj bo $y = y(x)$. Reši diferencialno enačbo

$$x^5 y'' + 7x^4 y' + 9x^3 y = \frac{1}{\ln x}.$$

3. [20] V zajetje vode v obliki valja polmera 1 meter in višine $\frac{10}{\pi}$ metrov, ki ima stalni dotok in odtok vode 0,5 l/s, se je razsipal kilogram natrijevega dikloroizocianurata (NaDCC). Pred razsipom je bila koncentracija NaDCC v zajetju 40 mg/l. Svetovna zdravstvena organizacija je določila za pitno vodo smerno vrednost za NaDCC 50 mg/l. Koliko časa je potrebnega, da bo imela voda v zajetju največ 50 mg/l NaDCC?

Opomba: pri reševanju predpostavi, da je vsebnost NaDCC v vodi enakomerno porazdeljena in da voda, ki doteka, vsebuje 40 mg/l. Predpostavi tudi to, da se volumen vode v zajetju ob razsipu NaDCC ne spremeni.

Vpisna številka

Priimek, ime

1. test pri predmetu MATEMATIKA II
Teoretični del
25. 3. 2022

Navodila:

- *Pripravi osebni dokument.*
 - *Ugasni in odstrani mobilni telefon. Dovoljeni pripomočki so samo pisala.*
 - *Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana.*
 - **Čas reševanja je 40 minut.**
-

1. **[10]** Navedi 4 lastnosti množenja matrik s skalarjem.

2. **[10]** Naj bo razširjena matrika, ki pripada sistemu linearnih enačb $Ax = b$ s parametrom a po končani Gaussovi eliminaciji, enaka

$$[A|b] = \left[\begin{array}{ccccc|c} 1 & 3 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 1 & a \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a \end{array} \right].$$

- (a) **[5]** Za katere $a \in \mathbb{R}$ sistem $Ax = b$ nima rešitve?
(b) **[5]** Za katere $a \in \mathbb{R}$ sistem $Ax = b$ ima rešitev in koliko je teh rešitev?

3. [10]

- (a) [5] Definiraj inverzno matriko kvadratne matrike A .
- (b) [5] Podaj primer diagonalne matrike reda 5, ki ni obrnljiva.

4. [10] Dokaži zvezo:

Naj bo A obrnljiva matrika reda n . Tedaj je

$$(A^{-1})^T = (A^T)^{-1}.$$

Vpisna številka

Priimek, ime

K KI

1. test pri predmetu MATEMATIKA B
Teoretični del
25. 3. 2022

Navodila:

- *Pripravi osebni dokument.*
 - *Ugasni in odstrani mobilni telefon. Dovoljeni pripomočki so samo pisala.*
 - *Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana.*
 - **Čas reševanja je 40 minut.**
-

1. **[5]** Zapiši v splošni obliki homogeno diferencialno enačbo 1. reda in pojasni postopek njenega reševanja.

2. [15]

(a) [10] Dokaži izrek:

Če je $y_H = C_1y_1 + C_2y_2$ rešitev homogenega dela linearne diferencialne enačbe (LDE) 2. reda in y_P neka partikularna rešitev cele LDE, tedaj je $y = y_H + y_P$ tudi rešitev cele LDE.

(b) [5] Ali je funkcija $y = C_1x + 2C_2x + x^2$ splošna rešitev neke LDE 2. reda? Utemelji odgovor.

3. **[10]** Izpelji metodo variacije konstant za linearne diferencialne enačbe 3. reda.

4. **[10]** Prevedi Eulerjevo diferencialno enačbo na ustrezno linearno diferencialno enačbo

$$x^3 y'''(x) + 4x^2 y''(x) + xy'(x) + y(x) = x.$$

(LDE ni potrebno rešiti.)