

Vpisna številka

Priimek in ime

---

**1. test pri predmetu MATEMATIKA II**  
**Računski del**  
**24. 3. 2023**

---

**Navodila:**

- *Pripravi osebni dokument. Ugasni in odstrani mobilni telefon. Uporaba knjig, zapiskov, rešenih nalog in kalkulatorja ni dovoljena.*
  - *Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji ter ga jasno in nedvoumno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana. Naloge najprej rešuj na polo, nato na dodatne liste. Na vsak list, ki je priložen k testni/izpitni poli, označi ime in priimek oz. vpisno številko ter jasno označi katera naloga je reševana.*
  - *Dovoljeni pripomočki so: kemični svinčnik, svinčnik, nalivno pero, ravnilo, radirka, pripravljene listi s formulami, ki jih je pripravil asistent za ta test/izpit.*
  - *Čas reševanja je **75 minut**.*
- 

1. [20] Reši matrično enačbo

$$XA - 2B^T = 0,$$

kjer so

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad \text{in} \quad B = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 0 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}.$$

2. [20] V odvisnosti od parametra  $a \in \mathbb{R}$  reši sistem enačb

$$\begin{aligned} ax - y + z &= 1 \\ x - ay + z &= a \\ x + y - az &= 0. \end{aligned}$$

3. [20] Poišči vse lastne vrednosti in lastne vektorje matrike  $A$ , kjer je

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Vpisna številka

Priimek, ime

K KI

---

**1. test pri predmetu MATEMATIKA B**  
**Računski del**  
**24. 3. 2023**

---

**Navodila:**

- *Pripravi osebni dokument. Ugasni in odstrani mobilni telefon. Uporaba knjig, zapiskov, rešenih nalog in kalkulatorja ni dovoljena.*
  - *Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji ter ga jasno in nedvoumno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana. Naloge najprej rešuj na polo, nato na dodatne liste. Na vsak list, ki je priložen k testni/izpitni poli, označi ime in priimek oz. vpisno številko ter jasno označi katera naloga je reševana.*
  - *Dovoljeni pripomočki so: kemični svinčnik, svinčnik, nalivno pero, ravnilo, radirka, pripravljene listi s formulami, ki jih je pripravil asistent za ta izpit.*
  - *Čas reševanja je **75 minut**.*
- 

1. [20] Naj bo  $y = y(x)$ . Reši diferencialno enačbo

$$\sin(2y) y' - 2x \cos(y) y' = 2 \sin(y).$$

2. [20] Naj bo  $y = y(x)$ . Reši diferencialno enačbo

$$x^3 y''' + 5x^2 y'' - x y' = \ln x^8.$$

3. [20] V nadzorovanem in zaprtem laboratoriju raziskovalci gojijo bakterije. V ponedeljek, ko pridejo raziskovalci v službo (tj. ob 8:00), je število teh bakterij  $10^6$ . Bakterije imajo urni prirast 1,5 % glede na celotno populacijo, vsako uro pa jih umre 0,5 % od celotne populacije. Koliko celic bo v laboratoriju v sredo (v istem tednu, kot je ta ponedeljek), ko bodo raziskovalci odšli iz službe (tj. ob 16:00)?

Opomba: nalogo reši s pomočjo diferencialne enačbe.

Vpisna številka

Priimek, ime

---

**1. test pri predmetu MATEMATIKA II**  
**Teoretični del**  
**24. 3. 2023**

---

**Navodila:**

- *Pripravi osebni dokument.*
  - *Ugasni in odstrani mobilni telefon. Dovoljeni pripomočki so samo pisala.*
  - *Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana.*
  - **Čas reševanja je 40 minut.**
- 

1. **[10]** Naj bosta  $A$  in  $B$  taki matriki, da je definiran njun produkt  $AB$ .

(a) **[7]** Dokaži, da tedaj velja  $(AB)^T = B^T A^T$ .

(b) **[3]** Določi red matrik  $A$  in  $B$ , ter red matrike  $(AB)^T$ .

2. [10] Naj bo  $A$  kvadratna matrika.

(a) [5] Definiraj inverzno oz. obratno matriko od  $A$ .

(b) [5] Dokaži trditev: če je  $A$  obrnljiva, tedaj je  $\det(A) \neq 0$ .

3. [10] Naj bo  $Ax = b$  sistem  $m$  linearnih enačb z  $n$  neznankami. Opiši postopek Gaussove eliminacijske metode, stopničasto obliko razširjene matrike  $[A|b]$  po končanem postopku, ter proste in vezane spremenljivke.

4. [10] Naj bo  $A$  kvadratna matrika.

(a) [5] Definiraj lastno vrednost in lastni vektor matrike  $A$ .

(b) [5] Ali je število različnih lastnih vrednosti matrike  $A$  enako njenemu redu?  
Utemelji odgovor.

Vpisna številka

Priimek, ime

K KI

---

**1. test pri predmetu MATEMATIKA B**  
**Teoretični del**  
**24. 3. 2023**

---

**Navodila:**

- *Pripravi osebni dokument.*
  - *Ugasni in odstrani mobilni telefon. Dovoljeni pripomočki so samo pisala.*
  - *Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana.*
  - **Čas reševanja je 40 minut.**
- 

1. **[5]** Dana je diferencialna enačba

$$xy'' - 5y' + \frac{9}{x}y - 5 = 0.$$

Ali je  $y = x^3(1 + C \log x) + \frac{5x}{4}$ , kjer je  $C \in \mathbb{R}$ , njena splošna rešitev? Utemelji odgovor.

2. [15]

- (a) [4] V splošni obliki zapiši Riccatijevo diferencialno enačbo (1. reda).
- (b) [7] Opiši postopek reševanja Riccatijeve diferencialne enačbe (navedi in dokaži izrek, na katerem temelji postopek reševanja).
- (c) [4] Podaj primer Bernoullijeve diferencialne enačbe za  $\alpha = \frac{1}{2}$  in jo prevedi na ustrezno linearno diferencialno enačbo (le-te ni potrebno rešiti).



3. [10] Izpelji metodo variacije konstant za linearno diferencialno enačbo 3. reda.

4. **[10]** Prevedi Eulerjevo diferencialno enačbo 3. reda na ustrezno linearno diferencialno enačbo enakega reda s konstantnimi koeficienti.