

Vpisna številka

Priimek in ime

1. test pri predmetu MATEMATIKA II
Računski del
27. 3. 2024

Navodila:

- *Pripravi osebni dokument. Ugasni in odstrani mobilni telefon. Uporaba knjig, zapiskov, rešenih nalog in kalkulatorja ni dovoljena.*
 - *Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji ter ga jasno in nedvoumno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana. Naloge najprej rešuj na polo, nato na dodatne liste. Na vsak list, ki je priložen k testni/izpitni poli, označi ime in priimek oz. vpisno številko ter jasno označi katera naloga je reševana.*
 - *Dovoljeni pripomočki so: kemični svinčnik, svinčnik, nalivno pero, ravnilo, radirka, pripravljene listi s formulami, ki jih je pripravil asistent za ta test/izpit.*
 - **Čas reševanja je 75 minut.**
-

1. [20] Reši matrično enačbo

$$XA^T = B,$$

kjer so

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 0 \\ -2 & 2 & 2 \end{bmatrix} \quad \text{in} \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}.$$

2. [20] V odvisnosti od parametra $a \in \mathbb{R}$ reši sistem enačb

$$\begin{aligned} ax - 2y + 2z &= 1 \\ x + ay - z &= a \\ 2x - y + az &= 2. \end{aligned}$$

3. [20] Poišči vse lastne vrednosti in lastne vektorje matrike A , kjer je

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 2 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 2 & 2 \end{bmatrix}.$$

Vpisna številka

Priimek, ime

K KI

1. test pri predmetu MATEMATIKA B
Računski del
27. 3. 2024

Navodila:

- *Pripravi osebni dokument. Ugasni in odstrani mobilni telefon. Uporaba knjig, zapiskov, rešenih nalog in kalkulatorja ni dovoljena.*
 - *Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji ter ga jasno in nedvoumno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana. Naloge najprej rešuj na polo, nato na dodatne liste. Na vsak list, ki je priložen k testni/izpitni poli, označi ime in priimek oz. vpisno številko ter jasno označi katera naloga je reševana.*
 - *Dovoljeni pripomočki so: kemični svinčnik, svinčnik, nalivno pero, ravnilo, radirka, pripravljene listi s formulami, ki jih je pripravil asistent za ta izpit.*
 - **Čas reševanja je 75 minut.**
-

1. [20] Naj bo $y = y(x)$. Reši diferencialno enačbo

$$y' = \frac{2\sqrt{y}}{x + 2\sqrt{y}}.$$

2. [20] Naj bo $y = y(x)$. Reši diferencialno enačbo

$$x^3 y''' + 3x^2 y'' + 2x y' + 10y = \frac{1}{x^2}.$$

3. [20] Lončar ima v svoji delavnici, kjer izdeluje izdelke in ima v njej peč za žganje izdelkov, konstatno temperaturo 20 °C. Kupec pri lončarju naroči lončeni lesteneč, lončar pa ga začne izdelovati v torek ob 10:00. Za izdelavo porabi dve uri, nato pa ga položi v peč, ki ima temperaturo 1000 °C. Peč se takoj po položitvi izdelka v njo samodejno zaklene. Izdelek se žge v peči pri konstantni temperaturi 1000 °C dvanajst ur, nato se peč samodejno izklopi in se začne ohlajat v lončarjevi delavnici. Eno uro po izklopu temperatura peči skupaj izdelkom pade za 400 °C. Kdaj bo lahko lončar vzel izdelek najhitreje iz peči, če veš, da se peč samodejno odklene, ko je njena temperatura 60 °C?

Privzamimo, da se vse temperature v zgornji situaciji spreminjajo po Newtonovem zakonu segrevanja in ohlajanja.

Vpisna številka

Priimek, ime

1. test pri predmetu MATEMATIKA II
Teoretični del
27. 3. 2024

Navodila:

- *Pripravi osebni dokument.*
 - *Ugasni in odstrani mobilni telefon. Dovoljeni pripomočki so samo pisala.*
 - *Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana.*
 - **Čas reševanja je 40 minut.**
-

1. **[5]** Navedi 4 lastnosti računskih operacij na matrikah.

2. [15] Naj bo A kvadratna matrika.

(a) [5] Definiraj inverzno oz. obratno matriko od A .

(b) [5] Dokaži trditev: če obstaja inverzna oz. obratna matrika od A , tedaj je enolično določena.

(c) [5] Dokaži trditev: če je A obrnljiva, tedaj je $\det(A) \neq 0$.

3. [10]

- (a) [7] Navedi in dokaži trditev, ki pove, kdaj je homogeni sistem linearnih enačb netrivialno rešljiv.
- (b) [3] Podaj primer homogenega sistema s 5 neznankami, ki ima netrivialno rešitev.

4. **[10]** Naj bo A kvadratna matrika.

(a) **[5]** Definiraj lastno vrednost in lastni vektor matrike A .

(b) **[5]** Podaj primer matrike A , katere lastne vrednosti so $-1, 0, 1, 1$.

Vpisna številka

Priimek, ime

K KI

1. test pri predmetu MATEMATIKA B
Teoretični del
27. 3. 2024

Navodila:

- *Pripravi osebni dokument.*
 - *Ugasni in odstrani mobilni telefon. Dovoljeni pripomočki so samo pisala.*
 - *Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana.*
 - **Čas reševanja je 40 minut.**
-

1. **[5]** Poišči interval veljavnosti za začetni problem

$$x^2 y'' - x^2 \ln x y' + \frac{1}{x-1} y - 1 = 0, \quad y\left(\frac{1}{2}\right) = y'\left(\frac{1}{2}\right) = 0.$$

2. [10] V splošni obliki zapiši Clairotovo diferencialno enačbo in utemelji potek njenega reševanja.

3. **[15]** Dana je diferencialna enačba $y''(x) + a_1y'(x) + a_0y(x) = 0$.

- (a) **[10]** Pokaži: če je λ_0 dvojna ničla karakterističnega polinoma te diferencialne enačbe, tedaj sta funkciji $y_1 = e^{\lambda_0 x}$ in $y_2 = e^{\lambda_0 x} x$ njeni rešitvi.
- (b) **[5]** Utemelji, zakaj je $y = C_1 e^{\lambda_0 x} + C_2 e^{\lambda_0 x} x$ splošna rešitev te diferencialne enačbe, za $C_1, C_2 \in \mathbb{R}$.

4. [10] Izpelji metodo variacije konstant za linearno diferencialno enačbo 4. reda.