

Vpisna številka

Priimek in ime

---

**2. test pri predmetu MATEMATIKA II**  
**Računski del**  
**6. 5. 2022**

---

**Navodila:**

- *Pripravi osebni dokument. Ugasni in odstrani mobilni telefon. Uporaba knjig, zapiskov, rešenih nalog in kalkulatorja ni dovoljena.*
  - *Piši čitljivo, vsak odgovor utemlji ter ga jasno in nedvoumno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana. Naloge najprej rešuj na polo, nato na dodatne liste. Na vsak list, ki je priložen k testni/izpitni poli, označi ime in priimek oz. vpisno številko ter jasno označi katera naloga je reševana.*
  - *Dovoljeni pripomočki so: kemični svinčnik, svinčnik, nalivno pero, ravnilo, radirka, pripravljene listi s formulami, ki jih je pripravil asistent za ta izpit.*
  - *Čas reševanja je 75 minut.*
- 

1. [10] Izračunaj

$$\int \frac{\sin^3 x}{2 + \cos x} dx.$$

2. [20] Izračunaj

$$\int e^x \ln(1 + e^{3x}) dx.$$

3. **[15]** Funkcija  $f$  je podana s predpisom  $f(x) = \frac{x-x^2}{\sqrt{4-x^2}}$ . Naj bo  $\ell$  lok, ki je določen s tistim delom grafa funkcije  $f$ , ki leži nad osjo  $x$ . Izračunaj ploščino območja, ki leži pod lokom  $\ell$ .

4. **[15]** Lik  $\mathcal{L}$  v ravnini je določen z neenačbama  $x^2 + y^2 \leq 25$  in  $3y \geq 15 - x$ . Izračunaj volumen rotacijskega telesa, ki ga dobimo z vrtenjem lika  $\mathcal{L}$  okoli osi  $y$ .

Vpisna številka

Priimek, ime

K KI

---

**2. test pri predmetu MATEMATIKA B**  
**Računski del**  
**6. 5. 2022**

---

**Navodila:**

- *Pripravi osebni dokument. Ugasni in odstrani mobilni telefon. Uporaba knjig, zapiskov, rešenih nalog in kalkulatorja ni dovoljena.*
  - *Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji ter ga jasno in nedvoumno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana. Naloge najprej rešuj na polo, nato na dodatne liste. Na vsak list, ki je priložen k testni/izpitni poli, označi ime in priimek oz. vpisno številko ter jasno označi katera naloga je reševana.*
  - *Dovoljeni pripomočki so: kemični svinčnik, svinčnik, nalivno pero, ravnilo, radirka, pripravljene listi s formulami, ki jih je pripravil asistent za ta izpit.*
  - *Čas reševanja je **75 minut**.*
- 

1. [15] Za vsak  $n \in \mathbb{N}$  izračunaj  $A^n$ , kjer je

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

2. **[15]** Poišči vse realne parametre  $x$ , za katere je matrika  $A \in M_{2n}(\mathbb{R})$ , ki je navedena spodaj, obrnljiva.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & x & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & x & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 2 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & x & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ x & 0 & 2 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

3. [20] Naj bo  $U$  množica vseh matrik, ki komutirajo z matriko

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}.$$

Ali je  $U$  skupaj s standardnima operacijama seštevanja in množenja s skalarjem vektorski prostor? Če je, poišči njegovo bazo in določi dimenzijo ter to bazo dopolni do baze celotnega vektorskega prostora matrik ustreznega reda.

4. **[10]** Naj bo  $\langle \cdot, \cdot \rangle : \mathbb{R}_2[x] \times \mathbb{R}_2[x] \rightarrow \mathbb{R}$  preslikava definirana s predpisom:

$$\forall p, q \in \mathbb{R}_2[x], p(x) = a_1x^2 + b_1x + c_1, q(x) = a_2x^2 + b_2x + c_2 : \langle p, q \rangle = a_1c_2 + b_1b_2 + a_2c_1.$$

Ali je vektorski prostor vseh polinomov stopnje kvečjemu dva s tako definirano preslikavo evklidski prostor?



Vpisna številka

Priimek, ime

---

**2. test pri predmetu MATEMATIKA II**  
**Teoretični del**  
**6. 5. 2022**

---

**Navodila:**

- *Pripravi osebni dokument.*
  - *Ugasni in odstrani mobilni telefon. Dovoljeni pripomočki so samo pisala.*
  - *Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana.*
  - *Čas reševanja je 40 minut.*
- 

1. [10] Dokaži pravili za nedoločeno integriranje:

(a) [5]  $\int (f(x) - g(x)) dx$

(b) [5]  $\int k f(x) dx$

2. **[10]** Opiši univerzalno substitucijo za integracijo funkcij, ki so kombinacija trigonometričnih funkcij sinus in kosinus.  
(Vpelji novo spremenljivko, ter izpelji  $dx$ ,  $\sin x$ ,  $\cos x$ ).

3. **[10]** Navedi in dokaži izrek o srednji vrednosti določenega integrala.  
(Ni potrebno dokazati tudi leme, ki je potrebujemo za dokaz tega izreka).

4. **[10]** S pomočjo določenega integrala izpelji formulo za izračun ploščine kroga s polmerom  $r$ .

Vpisna številka

Priimek, ime

K KI

---

**2. test pri predmetu MATEMATIKA B**  
**Teoretični del**  
**6. 5. 2022**

---

**Navodila:**

- *Pripravi osebni dokument.*
  - *Ugasni in odstrani mobilni telefon. Dovoljeni pripomočki so samo pisala.*
  - *Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana.*
  - **Čas reševanja je 40 minut.**
- 

1. [10]

- [5] Definiraj obratno matriko kvadratne matrike  $A$ .
- [5] Podaj primer zgornje trikotne matrike reda 6, ki ni obrnljiva.

2. [10] Dokaži trditev:

Če je  $A$  obrnljiva matrika reda  $n$ , tedaj je

$$(A^{-1})^T = (A^T)^{-1}.$$

3. [10] Naj bo  $V$  vektorski prostor ter naj bosta  $\mathcal{B} = \{\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \dots, \mathbf{e}_n\}$  in  $\mathcal{C} = \{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \dots, \mathbf{v}_n\}$  njegovi bazi. Poišči matriko prehoda iz baze  $\mathcal{B}$  v bazo  $\mathcal{C}$  in izpelji, kako se izraža koordinatni vektor vektorja  $\mathbf{x} \in V$  v bazi  $\mathcal{C}$ , če poznamo njegove koordinate v bazi  $\mathcal{B}$ .

4. **[10]** Navedi in dokaži vse 4 lastnosti norme v unitarnem prostoru  $V$ .