

Vpisna številka

Priimek in ime

2. test pri predmetu MATEMATIKA II**Računski del****26. 4. 2023**

Navodila:

- *Pripravi osebni dokument. Ugasni in odstrani mobilni telefon. Uporaba knjig, zapiskov, rešenih nalog in kalkulatorja ni dovoljena.*
 - *Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji ter ga jasno in nedvoumno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana. Naloge najprej rešuj na polo, nato na dodatne liste. Na vsak list, ki je priložen k testni/izpitni poli, označi ime in priimek oz. vpisno številko ter jasno označi katera naloga je reševana.*
 - *Dovoljeni pripomočki so: kemični svinčnik, svinčnik, nalivno pero, ravnilo, radirka, pripravljene listi s formulami, ki jih je pripravil asistent za ta test/izpit.*
 - **Čas reševanja je 75 minut.**
-

1. [15] Izračunaj

$$\int \frac{x^4}{x^2 - 4x + 13} dx.$$

2. [15] Izračunaj

$$\int \cos x \cdot \ln(1 + \cos x) dx.$$

3. [15] Izračunaj

$$\int \frac{1 + e^x}{\sqrt{1 - e^{2x}}} dx.$$

4. [15] Lik \mathcal{L} je v ravnini določen z množico

$$M = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \in [-4, 4], \max\{0, 1 - 2|x|\} \leq y \leq 4 - |x|\}.$$

Izračunaj volumen rotacijskega telesa, ki ga dobimo pri vrtenju lika \mathcal{L} okoli osi y .

Vpisna številka

Priimek, ime

K KI

2. test pri predmetu MATEMATIKA B
Računski del
26. 4. 2023

Navodila:

- *Pripravi osebni dokument. Ugasni in odstrani mobilni telefon. Uporaba knjig, zapiskov, rešenih nalog in kalkulatorja ni dovoljena.*
- *Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji ter ga jasno in nedvoumno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana. Naloge najprej rešuj na polo, nato na dodatne liste. Na vsak list, ki je priložen k testni/izpitni poli, označi ime in priimek oz. vpisno številko ter jasno označi katera naloga je reševana.*
- *Dovoljeni pripomočki so: kemični svinčnik, svinčnik, nalivno pero, ravnilo, radirka, pripravljene listi s formulami, ki jih je pripravil asistent za ta izpit.*
- *Čas reševanja je 75 minut.*

1. [20] Naj bo $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -3 & 3 \end{bmatrix}$. Množici

$$U = \{X \in M_2(\mathbb{R}) \mid XA = 0\}$$

$$V = \{X \in M_2(\mathbb{R}) \mid XA - AX - I = 0\}$$

opremimo s standardnima operacijama, ki veljata na vektorskem prostoru $(M_2(\mathbb{R}), +, \cdot)$. Ali je $(U, +, \cdot)$ oz. $(V, +, \cdot)$ vektorski prostor? Če je, določi njegovo dimenzijo, mu poišči bazo in preuči ortogonalnost dobljene baze (glede na standardni skalarni produkt).

2. [20] Naj bo $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 3$. Izračunaj determinanto reda n .

$$\begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & -2 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & -1 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & -2 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ -2 & 0 & -1 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} =$$

3. [20] Poišči vse realne parametre a in b za katere bo imel sistem

$$\begin{aligned} ax - y - z &= b \\ x + by + z &= 1 \\ -x + y + az &= a \end{aligned}$$

parametrično rešitev. Te rešitve tudi poišči.

Vpisna številka

Priimek, ime

2. test pri predmetu MATEMATIKA II
Teoretični del
26. 4. 2023

Navodila:

- *Pripravi osebni dokument.*
 - *Ugasni in odstrani mobilni telefon. Dovoljeni pripomočki so samo pisala.*
 - *Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana.*
 - **Čas reševanja je 40 minut.**
-

1. [10] Naj bo $a \neq 0$. Dokaži formuli za nedoločeno integriranje:

(a) [5] $\int \frac{dx}{x} = \ln|x| + C,$

(b) [5] $\int \frac{dx}{a^2 + x^2} = \frac{1}{a} \operatorname{atan} \frac{x}{a} + C.$
(Pomoč: $(\operatorname{atan} x)' = \frac{1}{x^2+1}.$)

2. [10] Dokaži pravilo:

$$\int (f(x) - g(x))dx = \int f(x)dx - \int g(x)dx.$$

3. [10]

- (a) [5] Definiraj Riemannovo integralsko vsoto in preko nje določni integral omejene funkcije f .
- (b) [5] Kaj lahko sklepamo o funkciji f , če je $\int_{-2}^2 f(x)dx = 0$?

4. [10] Navedi in dokaži izrek o srednji vrednosti določenega integrala.

Vpisna številka

Priimek, ime

K KI

2. test pri predmetu MATEMATIKA B
Teoretični del
26. 4. 2023

Navodila:

- *Pripravi osebni dokument.*
 - *Ugasni in odstrani mobilni telefon. Dovoljeni pripomočki so samo pisala.*
 - *Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana.*
 - **Čas reševanja je 40 minut.**
-

1. **[10]** Dokaži trditev:

Če je matrika A obrnljiva, tedaj je njej obratna matrika enolično določena.

2. **[10]**

(a) **[5]** Dokaži zvezo (pri tem navedi tudi rede matrik $A, B, (AB)^T$):

$$(AB)^T = B^T A^T.$$

(b) **[5]** Podaj primer antisimetrične matrike reda 5.

3. **[10]**

(a) **[5]** Dokaži trditev: Naj bo $S = \{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \dots, \mathbf{v}_k\}$ množica vektorjev vektorskega prostora V . Tedaj je $\mathcal{L}(S) \subset V$.

(b) **[5]** Naj bo $V = \mathbb{R}_3[x]$ in $S = \{2 - x, 2, x^3 + 2\}$. Poišči $\mathcal{L}(S)$.

4. **[10]**

(a) **[5]** Naj bo $B = \{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \dots, \mathbf{v}_n\}$ ortonormirana baza unitarnega prostora V in $\mathbf{u} \in V$. Poišči koordinatni vektor $\mathbf{u}[B]$.

(b) **[5]** Dokaži trikotniško neenakost norme unitarnega prostora V .