

Vpisna številka

Priimek in ime

2. test pri predmetu MATEMATIKA II
Računski del
17. 5. 2024

Navodila:

- Pripravi osebni dokument. Ugasni in odstrani mobilni telefon. Uporaba knjig, zapiskov, rešenih nalog in kalkulatorja ni dovoljena.
 - Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji ter ga jasno in nedvoumno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana. Naloge najprej rešuj na polo, nato na dodatne liste. Na vsak list, ki je priložen k testni/izpitni poli, označi ime in priimek oz. vpisno številko ter jasno označi katera naloga je reševana.
 - Dovoljeni pripomočki so: kemični svinčnik, svinčnik, nalivno pero, ravnilo, radirka, pripravljene listi s formulami, ki jih je pripravil asistent za ta test/izpit.
 - Čas reševanja je **75 minut**.
-

1. [15] Izračunaj

$$\int \frac{\sin(x)}{\cos(2x) + 4 \sin^2(x)} dx.$$

2. [15] Izračunaj

$$\int \ln(1 + \sqrt[3]{x}) \, dx.$$

3. [15] Izračunaj

$$\int \frac{1}{(1-x)\sqrt{x^2+x+1}} dx.$$

4. **[15]** Izračunaj površino rotacijskega telesa, ki ga dobimo z vrtenjem grafa funkcije $f : [0, 2] \rightarrow \mathbb{R}$,

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & ; \quad x \leq 1 \\ 2 - x & ; \quad x > 1, \end{cases}$$

okoli osi y .

Vpisna številka

Priimek, ime

K KI

2. test pri predmetu MATEMATIKA B
Računski del
17. 5. 2024

Navodila:

- Pripravi osebni dokument. Ugasni in odstrani mobilni telefon. Uporaba knjig, zapiskov, rešenih nalog in kalkulatorja ni dovoljena.
 - Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji ter ga jasno in nedvoumno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana. Naloge najprej rešuj na polo, nato na dodatne liste. Na vsak list, ki je priložen k testni/izpitni poli, označi ime in priimek oz. vpisno številko ter jasno označi katera naloga je reševana.
 - Dovoljeni pripomočki so: kemični svinčnik, svinčnik, nalivno pero, ravnilo, radirka, pripravljene listi s formulami, ki jih je pripravil asistent za ta izpit.
 - Čas reševanja je **75 minut**.
-

1. [20] Naj bo $q(x) = 1 - x$. Množici

$$U = \{p \in \mathbb{R}_2[x] \mid (q(x)p(x))' = -3p(x)\}$$

$$V = \{p \in \mathbb{R}_2[x] \mid q(x)p'(x) = (q(x))^2\}$$

opremimo s standardnima operacijama vektorskega prostora $(\mathbb{R}_2[x], +, \cdot)$.

Ali je $(U, +, \cdot)$ oziroma $(V, +, \cdot)$ vektorski prostor? Če je, mu poišči bazo in določi njegovo dimenzijo ter izračunaj razdaljo vseh baznih elementov do $f(x) = 2x$ (glede na standardni skalarni produkt).

2. **[20]** Za poljuben $n \in \mathbb{N}$ je matrika $A_n \in M_{2n}(\mathbb{R})$, njeni elementi pa so definirani takole:

$$\begin{aligned}a_{i,i} &= i, \quad \forall i \in \{1, 2, \dots, 2n\}, \\a_{i,i-1} &= i-1, \quad \forall i \in \{2, 3, \dots, 2n\}, \\a_{i,2n} &= -1, \quad \forall i \in \{1, 2, \dots, 2n-1\},\end{aligned}$$

preostali elementi pa so enaki 0.

- (a) *[5]* Zapiši matriko A_3 .
(b) *[15]* Izračunaj determinato matrike A_n .

3. [20] Poišči vse realne parametre a in b za katere sistem

$$\begin{aligned}ax + by + z &= 1 \\ -x + y + az &= a - b \\ x + by + z &= 0\end{aligned}$$

ne bo imel rešitve.

Vpisna številka

Priimek, ime

2. test pri predmetu MATEMATIKA II
Teoretični del
17. 5. 2024

Navodila:

- Pripravi osebni dokument.
 - Ugasni in odstrani mobilni telefon. Dovoljeni pripomočki so samo pisala.
 - Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana.
 - Čas reševanja je **40 minut**.
-

1. **[10]** Izpelji pravili za nedoločeno integriranje:

(a) $[5] \int \tan x \, dx = -\ln |\cos x| + C,$

(b) $[5] \int \ln x \, dx = x(\ln x - 1) + C.$

2. [10]

- (a) [5] Definiraj Riemannovo integralsko vsoto in preko nje določeni integral omejene funkcije f .
- (b) [5] Kaj lahko sklepamo o funkciji f , če je $\int_{-2}^2 f(x)dx = 0$?

3. [10] Navedi in dokaži Newton-Leibnizovo formulo.

4. **[10]** Navedi izrek o srednji vrednosti za določeni integral in poišči to srednjo vrednost za določeni integral funkcije s predpisom $f(x) = -x^2 + 3x$ na intervalu $[0, 3]$.
(*Opomba:* Izreka ni potrebno dokazati.)

Vpisna številka

Priimek, ime

K

KI

2. test pri predmetu MATEMATIKA B
Teoretični del
17. 5. 2024

Navodila:

- *Pripravi osebni dokument.*
 - *Ugasni in odstrani mobilni telefon. Dovoljeni pripomočki so samo pisala.*
 - *Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana.*
 - *Čas reševanja je 40 minut.*
-

1. [10] Dokaži trditev:

Če je matrika A obrnljiva, tedaj je njej obratna matrika enolično določena.

2. [10]

(a) [5] Dokaži zvezo

$$(AB)^T = B^T A^T.$$

Navedi tudi rede matrik $A, B, (AB)^T$.

(b) [5] Podaj primer antisimetrične matrike reda 5.

3. [10]

- (a) [5] Naj bo $B = \{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \dots, \mathbf{v}_n\}$ ortonormirana baza unitarnega prostora V in $\mathbf{u} \in V$. Poišči koordinatni vektor $\mathbf{u}[B]$.
- (b) [5] Dokaži trikotniško neenakost norme unitarnega prostora V .

4. **[10]** Z uporabo Gram-Schmidtovega postopka iz baze $B = \{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \dots, \mathbf{v}_n\}$ tvori ortonormirano bazo $C = \{\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \dots, \mathbf{e}_n\}$.