

Vpisna številka

Priimek, ime

Smer K KI

1. test pri predmetu MATEMATIKA C

Računski del

29. 11. 2024

Navodila:

- Pripravi osebni dokument. Ugasni in odstrani mobilni telefon. Uporaba knjig, zapiskov, rešenih nalog in kalkulatorja ni dovoljena.
 - Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji ter ga jasno in nedvoumno podaj. V nasprotnem primeru bo celotna naloga ocenjena z 0 točkami. Naloge najprej rešuj na polo, nato na dodatne liste. Na vsak list, ki je priložen k testni/izpitni poli, označi ime in priimek oz. vpisno številko ter jasno označi katera naloga je reševana.
 - Dovoljeni pripomočki so: kemični svinčnik, svinčnik, nalivno pero, ravnilo, radirka, pripravljene listi s formulami, ki jih je pripravil asistent za ta izpit.
 - Čas reševanja je **75 minut**.
-

1. [14] Funkcija f je podana s predpisom $f(x, y) = \ln \left(\frac{xy}{x^2 + y} \right)$.

- [8] Določi in skiciraj naravno definicijsko območje funkcije f .
- [6] Skiciraj nivojnico N_0 .

2. **[16]** Med vsemi kapsulami površine 2π in so zgrajene tako, da imajo na sredi valj, tega pa na vsaki strani zaključujeta enakostranična stožca (tj. dolžina stranice stožca je enaka premeru osnovne ploskve), poišči tisto, ki ima največji volumen.

3. [15] Izračunaj ploščino območja, ki ga določa krivulja $\mathcal{K}$ z enačbo

$$(x^2 + y^2)^3 = 8x^3y - 8xy^3.$$

Krivuljo $\mathcal{K}$ tudi skiciraj.

4. **[15]** Trojni integral je podan v sfernih koordinatah takole

$$I = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\frac{\pi}{4}} d\vartheta \int_0^{\frac{1}{\cos(\vartheta)}} r^4 \cos^3(\vartheta) dr + \int_0^{2\pi} d\varphi \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} d\vartheta \int_0^{2\sin(\vartheta)} r^4 \cos^3(\vartheta) dr$$

Skiciraj integracijsko območje v kartezičnih koordinatah in trojni integral I zapiši v cilindričnih koordinatah. Integral I tudi izračunaj.

Vpisna številka

Priimek, ime

Smer K KI

1. test pri predmetu MATEMATIKA C

Teoretični del

29. 11. 2024

Navodila:

- *Pripravi osebni dokument.*
 - *Ugasni in odstrani mobilni telefon. Dovoljeni pripomočki so samo pisala.*
 - *Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana.*
 - *Čas reševanja je 40 minut.*
-

1. [10]

(a) [5] Definiraj Eulerjevo funkcijo $\mathcal{B}$.

(b) [5] Z uporabo obeh Eulerjevih funkcij izračunaj $\Gamma\left(\frac{3}{2}\right)$.

2. **[10]** Naj bo $f : D \subseteq \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ in $s = (s_1, s_2)$ vektor dolžine 1.

(a) **[5]** Definiraj odvod funkcije f v smeri s v točki $(a, b) \in D$.

(b) **[5]** Izpelji formulo za računanje odvoda funkcije f v smeri s v točki $(a, b) \in D$.

3. **[10]** Naj bo $f : D \subseteq \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ vsaj dvakrat zvezno parcialno odvedljiva funkcija, (a, b) njena stacionarna točka in $A = f_{xx}(a, b), B = f_{xy}(a, b), C = f_{yy}(a, b)$. Utemelji kaj lahko sklepamo o obstoju lokalnega ekstrema v (a, b) , če je $AC - B^2 = 0$.

4. **[10]** Naj bo $z = f(x, y)$ diferenciable funkcija in $x = x(t), y = y(t)$ posredni funkciji parametra t . Navedi in dokaži formulo za odvod funkcije $z(t) = f(x(t), y(t))$.