

Vpisna številka

Priimek, ime

Smer K KI

2. test pri predmetu MATEMATIKA C

Računski del

27. 1. 2025

Navodila:

- Pripravi osebni dokument. Ugasni in odstrani mobilni telefon. Uporaba knjig, zapiskov, rešenih nalog in kalkulatorja ni dovoljena.
 - Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji ter ga jasno in nedvoumno podaj. V nasprotnem primeru bo celotna naloga ocenjena z 0 točkami. Naloge najprej rešuj na polo, nato na dodatne liste. Na vsak list, ki je priložen k testni/izpitni poli, označi ime in priimek oz. vpisno številko ter jasno označi katera naloga je reševana.
 - Dovoljeni pripomočki so: kemični svinčnik, svinčnik, nalivno pero, ravnilo, radirka, pripravljene listi s formulami, ki jih je pripravil asistent za ta izpit.
 - Čas reševanja je **75 minut**.
-

1. **[20]** Krivulja $\mathcal{K}$ je podana kot presek ploskev z enačbama $z = 1 - x^2 - y^2$ in $y + z = 1$. Skiciraj krivuljo $\mathcal{K}$ in izračunaj njeno maso, če veš, da se gostota v posamezni točki izraža s funkcijo s predpisom $\rho(x, y, z) = (y^2 + z^2)\sqrt{1 + 4x^2}$.

2. **[20]** Naj bo $\mathcal{P}$ tisti del ploskev z enačbo $x^2 + y^2 + z^2 = 4$, za katero velja $z \geq 1$. Pri tem naj velja, da je ploskev $\mathcal{P}$ orientirana v smeri zunanje normale. Izračunaj

$$\iint_{\mathcal{P}} x^3 \, dy \, dz + y^3 \, dz \, dx + z^3 \, dx \, dy.$$

3. [20] Naj bo $x = x(t)$ in $y = y(t)$. Reši sistem diferencialnih enačb.

$$x'' + 2y = -2t$$

$$y'' + 8x = 0$$

če veš, da je $x(0) = x'(0) = 0$, $y(0) = y'(0) = 1$.

Vpisna številka

Priimek, ime

Smer K KI

2. test pri predmetu MATEMATIKA C

Teoretični del

27. 1. 2025

Navodila:

- *Pripravi osebni dokument.*
 - *Ugasni in odstrani mobilni telefon. Dovoljeni pripomočki so samo pisala.*
 - *Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana.*
 - *Čas reševanja je 40 minut.*
-

1. [10]

- (a) [4] Navedi obe lastnosti divergence.
- (b) [6] Eno od zgoraj navedenih lastnosti izpelji.

2. **[10]** Naj bo $\vec{r}: [\alpha, \beta] \rightarrow \mathcal{K}$ regularna parametrizacija krivulje $\mathcal{K}$.

(a) **[5]** Definiraj tangentni vektor na krivuljo $\mathcal{K}$ v točki $\vec{r}(a)$.

(b) **[5]** Izpelji formulo za določitev tangentnega vektorja na krivuljo $\mathcal{K}$ v točki T v primeru, ko je krivulja podana kot presek dveh ploskev v $\mathbb{R}^3$.

3. [10] Dokaži, da za $\vec{F} : \mathcal{D} \subseteq \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ in krivuljo $\mathcal{K}$ od A do B velja, če je f potencial polja $\vec{F}$, tedaj je $\int_{\mathcal{K}} \vec{F} d\vec{r} = f(B) - f(A)$.

4. [10] Reši parcialno diferencialno enačbo

$$\frac{\partial u(x, t)}{\partial x} - \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial t^2} = 1,$$

če sta začetna pogoja $u(x, 0) = 0$, $\frac{\partial u}{\partial t}(x, 0) = 0$ in robni pogoj $u(0, t) = -\frac{t^2}{2}$.