

Računski del izpita pri predmetu MATEMATIKA I
10. 9. 2013

Čas reševanja je **75 minut**.

Navodila:

- Pripravi osebni dokument.
- Ugasni in odstrani mobilni telefon. Uporaba knjig in zapiskov ni dovoljena.
- Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana.
- Dovoljeni pripomočki so: kemični svinčnik, svinčnik, radirka, kalkulator (ki ne izrisuje grafov), matematični priročnik in pripravljene listi s formulami.

1. [20] Poišči vsa kompleksna števila z , za katera velja

$$z + \frac{1}{z} \in \mathbb{R}.$$

Vse računsko utemelji in rezultat predstavi v kompleksni ravnini.

2. [20]

(a) Izračunaj vsoto vrste $\sum_{n=1}^{\infty} \ln \left(\frac{n+2}{n} \right)$.

- (b) Zaporedje (x_n) je podano rekurzivno:

$$x_1 > 0, \quad x_{n+1} = \sqrt{\frac{x_n + 1}{2}}.$$

V katerih primerih je zaporedje naraščajoče? Utemelji!

3. [20] Dana je funkcija $f(x) = xe^{\sqrt{2x-1}}$.

- (a) Poišči in klasificiraj vse ekstreme funkcije f , če obstajajo. Utemelji.
(b) S pomočjo diferenciala izračunaj približno vrednost $f\left(\frac{3}{4}\right)$. Vse vrednosti izračunaj brez kalkulatorja.

Teoretični del izpita pri predmetu MATEMATIKA I
27. 8. 2013

Čas reševanja je **40 minut**. Navodila:

- Dovoljeni pripomočki so: pisala.

1. **[15]** Naj množici $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ naj bo definirana operacija množenja \cdot na naslednji način:

$$(a, b) \cdot (c, d) = (ac, bd), \quad a, b, c, d \in \mathbb{R}.$$

Za $(\mathbb{R} \times \mathbb{R}, \cdot)$ preveri vse štiri lastnosti grupe. Pri vsaki lastnosti grupe utemelji, ali velja ali ne velja.

2. **[10]** Dana je funkcija $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}_0^+$, $f(x) = |\operatorname{sh}x|$. Dokaži, da je funkcija f konveksna funkcija na celotnem definicijskem območju.
3. **[15]** Navedi in dokaži (verižno) pravilo za odvod kompozituma dveh odvedljivih funkcij.

Računski del izpita pri predmetu MATEMATIKA I
10. 9. 2013

Čas reševanja je **75 minut**.

Navodila:

- *Pripravi osebni dokument.*
- *Ugasni in odstrani mobilni telefon. Uporaba knjig in zapiskov ni dovoljena.*
- *Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana.*
- *Dovoljeni pripomočki so: kemični svinčnik, svinčnik, radirka, kalkulator (ki ne izrisuje grafov), matematični priročnik in pripravljene listi s formulami.*

1. [20] Poišči vse kompleksne rešitve enačbe

$$z^5 = \frac{4 + 2i}{2 - 2i}.$$

2. [20]

(a) Določi naravno definicijsko območje funkcije $f(x) = \frac{e^{\sqrt{x+2}}}{\ln(4-x)}$.

(b) Izračunaj

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+1}{x} \right)^{2x+1} =$$

3. [20] Dana je funkcija $f(x) = x^2 e^{1-2x}$.

(a) Določi zalogo vrednosti funkcije f .

(b) Poišči in klasificiraj vse lokalne ekstreme funkcije f .

Teoretični del izpita pri predmetu MATEMATIKA I
10. 9. 2013

Čas reševanja je **40 minut**. Navodila:

- Dovoljeni pripomočki so: pisala.

1. **[15]** Dani sta množici

$$A = \left\{ \frac{1}{n+1} \mid n \in \mathbb{N} \right\}$$

in

$$B = \left\{ \frac{x+1}{x} \mid x \in \mathbb{R} \right\}.$$

Če obstajajo, poišči infimum, supremum, maksimum in minimum množice $A \cap B$.

2. **[15]** Navedi in izpelji formulo za izračun absolutne napake za razliko dveh količin.
3. **[10]**
- Definiraj monotonost realne funkcije f .
 - Podaj primer funkcije, ki je strogo padajoča in konveksna na celotnem definicijskem območju.

Računski del izpita pri predmetu MATEMATIKA II
12. 9. 2013

Čas reševanja je **75 minut**.

Navodila:

- Pripravi osebni dokument.
- Ugasni in odstrani mobilni telefon. Uporaba knjig in zapiskov ni dovoljena.
- Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana.
- Dovoljeni pripomočki so: kemični svinčnik, svinčnik, radirka, kalkulator (ki ne izrisuje grafov), matematični priročnik in pripravljene listi s formulami.

1. [20] Lik P v ravnini je podan z neenačbami: $y \leq \sqrt{2x - x^2}$, $y \geq -x$ in $y \geq x + 2$. Izračunaj volumen rotacijskega telesa, ki ga dobimo tako, da P zavrtimo okoli osi y . P tudi skiciraj.

2. [20] Poišči splošno rešitev diferencialne enačbe

$$y^{(4)} - 3y''' + 7y'' - 5y' = 15x^2.$$

3. [20] Izračunaj determinanto matrike $A \in M_n(\mathbb{R})$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & \dots & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & \dots & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & \dots & 1 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 1 & 1 & 1 & \dots & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & \dots & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Teoretični del izpita pri predmetu MATEMATIKA II
12. 9. 2013

Čas reševanja je **40 minut**. Navodila:

- *Dovoljeni pripomočki so: pisala.*

1. **[15]** IZpelji formulo za izračun dolžine loka zvezno odvedljive funkcije f na intervalu $[a, b]$.
2. **[10]** Podaj splošen primer homogene diferencialne enačbe četrtega reda s konstantnimi koeficienti, kateri pripada karakteristični polinom z dvema kompleksnima in dvema realnima korenoma (ničloma). Na konkretnem primeru diferencialno enačbo tudi reši.
3. **[15]** Naj bo \mathcal{A}_n množica vseh obrnljivih realnih matrik reda n . Ali je množica \mathcal{A}_n obseg za običajni operaciji seštevanja in množenja matrik? Odgovor utemelji.

Računski del izpita pri predmetu MATEMATIKA II
12. 9. 2013

Čas reševanja je **75 minut**.

Navodila:

- *Pripravi osebni dokument.*
- *Ugasni in odstrani mobilni telefon. Uporaba knjig in zapiskov ni dovoljena.*
- *Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana.*
- *Dovoljeni pripomočki so: kemični svinčnik, svinčnik, radirka, kalkulator (ki ne izrisuje grafov), matematični priročnik in pripravljene listi s formulami.*

1. [20] Izračunaj volumen rotacijskega telesa, ki ga dobimo tako, da graf

funkcije $f(x) = \frac{\sqrt{4-x^2}}{(x-3)\sqrt{x^2+4}}$ zavrtimo okoli x -osi na definicijskem območju funkcije f .

2. [20] Poišči splošno rešitev diferencialne enačbe

$$y''' - 5y'' + 12y' - 15y = \cos x.$$

3. [20] Poišči lastne vrednosti in lastne vektorje matrike

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \\ 4 & 0 & -1 \end{bmatrix}.$$

Teoretični del izpita pri predmetu MATEMATIKA II
12. 9. 2013

Čas reševanja je **40 minut**. Navodila:

- *Dovoljeni pripomočki so: pisala.*
1. **[15]** Navedi in dokaži pravilo za izračun določenega integrala vsote integrabilnih funkcij f in g .
 2. **[15]** Podaj primer nehomogene diferencialne enačbe drugega reda s konstantnimi koeficienti, ki se reši samo z uporabo metode variacije konstant. Diferencialno enačbo tudi reši.
 3. **[10]** Naj bosta A in B obrnljivi matriki istega reda. Ali je njuna vsota tudi obrnljiva matrika? Odgovor utemelji.

Računski del izpita pri predmetu MATEMATIKA III
10. 9. 2013

Čas reševanja je **75 minut**.

Navodila:

- Pripravi osebni dokument.
- Ugasni in odstrani mobilni telefon. Uporaba knjig in zapiskov ni dovoljena.
- Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana.
- Dovoljeni pripomočki so: kemični svinčnik, svinčnik, radirka, kalkulator (ki ne izrisuje grafov), matematični priročnik in pripravljene listi s formulami.

1. **[25]** V prostoru polinomov stopnje največ tri, $\mathbb{R}_3[x]$, je dana množica

$$V = \{p \in \mathbb{R}_3[x] \mid p''(1) = p'(1), p(1) = 0\}.$$

- (a) Dokaži, da je V vektorski podprostor $\mathbb{R}_3[x]$.
- (b) Poišči bazo vektorskega prostora V in določi njegovo dimenzijo.

2. **[15]** Krivulja \mathcal{K} je podana kot presek ploskev

$$x^2 + y^2 = a^2, \quad z = a^2 - y^2, \quad \text{kjer je } a > 0.$$

Skiciraj ploskvi in poišči vse tiste točke na krivulji \mathcal{K} v katerih tangenta na krivuljo \mathcal{K} poteka skozi točko $T(-a, 0, a^2)$.

3. **[20]** Poišči rešitev sistema diferencialnih enačb

$$\begin{aligned}x'' - 2y' &= 0 \\y'' - x' &= \frac{1}{2},\end{aligned}$$

pri pogojih $x(0) = 0$, $x'(0) = -2$, $y(0) = -1$ in $y'(0) = 0$.

UM FKKT
Kemijška tehnologija, Kemija
Bolonjski univerzitetni program

Vpisna številka:
Ime priimek:
Smer:

Teoretični del izpita pri predmetu MATEMATIKA III
10. 9. 2013

Čas reševanja je **40 minut**. Navodila:

- *Dovoljeni pripomočki so: pisala.*

1. **[10]** V unitarnem prostoru \mathcal{V} dokaži vse štiri lastnosti norme.
2. **[15]** Navedi in dokaži verižno pravilo o odvajanju funkcije dveh spremenljivk $f(x, y)$, kjer sta spremenljivki x in y odvisni od parametrov s in t .
3. **[15]**
 - (a) **[5]** Navedi izrek o konvoluciji Laplaceove transformacije.
 - (b) **[10]** Uporabi izrek o konvoluciji na konkretnem primeru računanja inverzne Laplaceove transformacije. Primer v celoti reši.