Vpisna številka | Priimek, ime | Smer K KT

1. test pri predmetu MATEMATIKA III
Računski del
10. 12. 2015

Navodila:

- *Pripravi osebni dokument.*
- *Ugasni in odstrani mobilni telefon. Uporaba knjig, zapiskov in kalkulatorja ni dovoljena.*
- *Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana.*
- *Dovoljeni pripomočki so: kemični svinčnik, svinčnik, radirka, matematični priročnik in pripravljeni listi s formulami.*
- *Čas reševanja je* **75 minut**.

1. **[10]** Zapiši enačbo tangentne ravnine na ploskev $\mathcal{P} : x^2 + y^2 + 1 = -xz$ v tistih točkah, kjer krivulja $\mathcal{K} : r(\varphi) = (\cos(\varphi), \sin(\varphi), 2)$, $\varphi \in \mathbb{R}$, seka ploskev $\mathcal{P}$.

2. **[15]** Funkcija f je podana s predpisom $f(x, y) = \sqrt{1 + x - \ln(y - 1)}$.

(a) Določi naravno definicijsko območje funkcije f in ga skiciraj.

(b) Izračunaj enačbe nivojnic in jih skiciraj.

(c) Ali je mogoče razširiti funkcijo f tako, da bo razširitev zvezna na celotni ravnini? Če je to mogoče, poišči takšno razširitev. Odgovor utemelji!

3. **[15]** Poišči globalne minimume funkcije f, ki je podana s predpisom

$$f(x,y) = \sqrt[3]{x^5 y^5},$$

pri pogoju

$$x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} \leq 1.$$

4. **[20]** Poišči rešitev sistema

$$\begin{aligned} t\,y'(t) + y(t) &= t^2 \\ x''(t) - y(t) &= \sin\left(\frac{t}{2}\right), \end{aligned}$$

kjer je $x(0) = x'(0) = 0$ ter $y(0)$ in $y'(0)$ poljubni pozitivni konstanti.

Vpisna številka | Priimek, ime | Smer K KT

1. test pri predmetu MATEMATIKA III
Teoretični del
10. 12. 2015

Navodila:

- *Pripravi osebni dokument.*
- *Ugasni in odstrani mobilni telefon. Dovoljeni pripomočki so samo pisala.*
- *Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana.*
- *Čas reševanja je* **40 minut**.

1. **[10]** Pokaži, da za poljubno diferenciabilno funkcije $f(x, y)$ velja

$$\left(\frac{\partial f}{\partial r}\right)^2 + \frac{1}{r^2}\left(\frac{\partial f}{\partial \varphi}\right)^2 = \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2,$$

kjer sta (x, y) kartezični, (r, φ) pa polarni koordinati.

2. **[15]**

(a) Kaj lahko poveš o obstoju lokalnega ekstrema funkcije dveh spremenljivk v stacionarni točki (a, b), če je determinanta Hessejeve matrike v (a, b) negativna? Utemelji odgovor.

(b) Podaj primer funkcije, ki zadošča točki (a).

3. **[15]** Z uporabo Laplaceove transformacije reši parcialno diferencialno enačbo

$$\frac{\partial u(x,t)}{\partial t} + \frac{\partial u(x,t)}{\partial x} = 2t + 1\,,$$

kjer je $t \geq 0$ spremenljivka v Laplaceovi transformaciji, $u(x,0) = 0$ začetni pogoj ter $u(0,t) = t^2$ robni pogoj.