Vpisna številka Priimek, ime Smer K KT

1. test pri predmetu MATEMATIKA III
Računski del
6. 12. 2017

Navodila:

- *Pripravi osebni dokument.*
- *Ugasni in odstrani mobilni telefon. Uporaba knjig, zapiskov in kalkulatorja ni dovoljena.*
- *Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana.*
- *Dovoljeni pripomočki so: kemični svinčnik, svinčnik, radirka, matematični priročnik in pripravljeni listi s formulami.*
- *Čas reševanja je* **75 minut**.

1. **[15]** Funkcija f je podana s predpisom $f(x,y) = \sqrt{\frac{\ln(1-y)}{x}}$.
   (a) Določi naravno definicijsko območje funkcije f in ga natančno nariši.
   (b) Če obstajajo, natančno nariši nivojnice N_0, N_{-1} in N_1.

2. **[10]** Iz papirja želimo narediti telo, ki je sestavljeno iz kvadra, le-ta pa se na obeh koncih zaključi s pravilnima štiristranima piramidama enakih velikosti. Za koliko procentov se spremeni volumen telesa, če smo rob osnovne ploskve piramide povečali za 5%, ostalo pa ostane nespremenjeno? Nalogo reši s pomočjo diferenciala.

3. **[20]** Krivulja $\mathcal{K}$ je podana kot presek ploskev

$$\mathcal{P}_1 \ : \ x^2 + y^2 = 1 \ \text{ in } \ \mathcal{P}_2 \ : \ z = 1 - y^2.$$

(a) Parametriziraj krivuljo $\mathcal{K}$ in jo natančno nariši kot presek ploskev.

(b) Če obstajajo, poišči ekstreme funkcije f, $f(x, y, z) = \frac{yz}{x^2+1}$, če $(x, y, z) \in \mathcal{P}_2$.

4. **[15]** Poišči rešitev diferencialne enačbe

$$x'(t) + \int_0^t x(\tau)\mathrm{ch}(t-\tau)\mathrm{d}\tau = \frac{1}{\sqrt{t}},$$

pri pogoju $x(0) = 1$.

Vpisna številka Priimek, ime Smer K KT

1. test pri predmetu MATEMATIKA III
Teoretični del
6. 12. 2017

Navodila:

- *Pripravi osebni dokument.*
- *Ugasni in odstrani mobilni telefon. Dovoljeni pripomočki so samo pisala.*
- *Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana.*
- *Čas reševanja je* **40 minut**.

1. **[5]** Naj bo $f = f(x, y)$ diferenciabilna funkcija ter spremenljivki $x = x(u, v), y = y(u, v)$ prav tako diferenciabilni funkciji odvisni od u in v. Dokaži pravilo za odvod funkcije $f = f(x(u, v), y(u, v))$.

2. **[15]** Naj bo podana funkcija $f : D \subseteq \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$.

   (a) **[5]** Definiraj lokalni minimum funkcije f v točki (a, b).

   (b) **[10]** Navedi in dokaži zadostni pogoj za obstoj lokalnega minimuma v točki (a, b).

3. **[10]** Naj bo $F : \mathbb{R}^+ \times [0, 2\pi] \times [0, \frac{\pi}{2}] \to \mathbb{R}^3$ vektorska funkcija, $F = (x, y, z)$, kjer so $x, y, z : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ skalarne funkcije, podane kot

$$x(r, \phi, \theta) = r \cos\phi \sin\theta,\ y(r, \phi, \theta) = r \sin\phi \sin\theta,\ z(r, \phi, \theta) = r \cos\theta\,.$$

Poišči determinanto Jacobijeve matrike funkcije F.

4. **[10]** Z uporabo Laplaceove transformacije reši parcialno diferencialno enačbo

$$\frac{\partial u(x,t)}{\partial t} = u(x,t) - \frac{\partial u(x,t)}{\partial x}\,,$$

če je $u(x,0) = 3$ začetni pogoj in je robni pogoj enak $u(0,t) = e^t$.