

Vpisna številka

Priimek, ime

Smer K KT

---

**1. test pri predmetu MATEMATIKA III**

**Računski del**

**6. 12. 2018**

---

**Navodila:**

- *Pripravi osebni dokument.*
  - *Ugasni in odstrani mobilni telefon. Uporaba knjig, zapiskov in kalkulatorja ni dovoljena.*
  - *Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana.*
  - *Dovoljeni pripomočki so: kemični svinčnik, svinčnik, radirka, matematični priročnik in dva ročno napisana A4 lista s formulami (brez rešenih nalog).*
  - *Čas reševanja je **75 minut**.*
- 

1. [15] Ali je funkcija  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ ,

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy^2+y^3}{x^2+y^2} & ; (x, y) \in \mathbb{R}^2 \setminus \{(0, 0)\} \\ 0 & ; (x, y) = (0, 0), \end{cases}$$

parcialno odvedljiva? Ali je zvezno parcialno odvedljiva? Utemelji!

2. [15] Funkcija  $f$  je podana s predpisom  $f(x, y) = \arcsin\left(\frac{y}{y-x^2}\right)$ .

- (a) Določi naravno definijsko območje funkcije  $f$  in ga natančno skiciraj.
- (b) Če obstajajo, nariši nivojnice  $N_0$ ,  $N_{\frac{\pi}{2}}$  in  $N_\pi$ .

3. [15] Krivulja  $\mathcal{K}$  je podana kot presek ploskev

$$z^2 - 1 = x^2 + y^2 + 2y, \quad x^2 + y^2 = 1, \quad \text{kjer je } z \geq 0.$$

- (a) Skiciraj in parametriziraj krivuljo  $\mathcal{K}$ .
- (b) Poišči točko na krivulji  $\mathcal{K}$ , ki je najbližja koordinatnemu izhodišču.

4. [15] Reši diferencialno enačbo

$$xy''(x) + (4x - 1)y'(x) + (4x - 2)y(x) = 0$$

pri pogoju  $y(0) = 0$ .

Vpisna številka

Priimek, ime

Smer K KT

---

**1. test pri predmetu MATEMATIKA III**  
**Teoretični del**  
**6. 12. 2018**

---

**Navodila:**

- *Pripravi osebni dokument.*
  - *Ugasni in odstrani mobilni telefon. Dovoljeni pripomočki so samo pisala.*
  - *Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana.*
  - **Čas reševanja je 40 minut.**
- 

1. **[5]** Naj bo  $F = F(r, \varphi, \theta)$  definirana kot  $F(r, \varphi, \theta) = (r \cos \varphi \cos \theta, r \sin \varphi \cos \theta, r \sin \theta)$ . Poišči determinanto Jacobijeve matrike vektorske funkcije  $F$ .

2. **[10]** Dokaži, da je zvezna funkcija  $f : D \subseteq \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  diferenciable, če je  $f$  zvezno parcialno odvedljiva.

3. [10]

- (a) [5] Definiraj odvod funkcije  $f : D \subseteq \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  v smeri  $\mathbf{s} = (s_1, s_2)$  v točki  $(a, b)$ .
- (b) [5] Izpelji formulo za računanje odvoda v smeri  $\mathbf{s}$  pomočjo gradienta funkcije  $f$ .

4. [15] Z uporabo Laplaceove transformacije reši parcialno diferencialno enačbo

$$\frac{\partial u(x, t)}{\partial x} + \frac{\partial u(x, t)}{\partial t} = t,$$

če je  $u(x, 0) = e^x$  začetni pogoj in  $u(0, t) = \frac{t^2}{2}$  robni pogoj.