Vpisna številka Priimek, ime Smer K KT

1. test pri predmetu MATEMATIKA III
Računski del
6. 12. 2019

Navodila:

- *Pripravi osebni dokument.*
- *Ugasni in odstrani mobilni telefon. Uporaba knjig, zapiskov in kalkulatorja ni dovoljena.*
- *Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana.*
- *Dovoljeni pripomočki so: kemični svinčnik, svinčnik, radirka, matematični priročnik in dva ročno napisana A4 lista s formulami (brez rešenih nalog).*
- *Čas reševanja je* **75 minut**.

1. **[15]** Funkcija f je podana s predpisom $f(x,y) = \ln\left(\frac{xy}{y^2-x^2+1}\right)$.

   (a) *[10]* Določi naravno definicijsko območje funkcije f in ga natančno skiciraj.

   (b) *[5]* Če obstaja, nariši prerez nad $y = x$.

2. **[15]** Ploskev $\mathcal{P}$ je določena z enačbo $z = x^2$, pri čemer velja pogoj $x^2 + y^2 \leq 1$.

   (a) *[10]* Skiciraj in parametriziraj ploskev $\mathcal{P}$.

   (b) *[5]* Izračunaj enačbo normale na ploskev v točki $T(0, 0, 0)$.

3. **[15]** Med vsemi točkami na krivulji $\mathcal{K}$ z enačbo $x^2+2xy+2y^2-8y+7=0$ poišči tisto, ki je najbolj oddaljena oz. najmanj oddaljena od osi x.

4. **[15]** Poišči rešitev sistema diferencialnih enačb

$$\begin{aligned} \int_0^t x(s)e^{2(t-s)}\mathrm{d}s - y'(t) &= e^{2t} \\ x'(t) + y(t) &= 1, \end{aligned}$$

kjer je $x(0) = 0$ in $y(0) = 0$.

Vpisna številka | Priimek, ime | Smer K KT

1. test pri predmetu MATEMATIKA III
Teoretični del
6. 12. 2019

Navodila:

- *Pripravi osebni dokument.*
- *Ugasni in odstrani mobilni telefon. Dovoljeni pripomočki so samo pisala.*
- *Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana.*
- *Čas reševanja je* **40 minut**.

1. **[5]** Definiraj limito funkcije $f : D \subseteq \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ v točki $(0, 0)$ v kartezičnih in polarnih koordinatah.

2. **[10]** Dokaži izrek za posredno odvajanje diferenciabilne funkcije $z = f(x, y)$, kjer sta $x = x(t)$ in $y = y(t)$ odvedljivi funkciji.

3. **[15]** Naj bo $f : D \subseteq \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$.

   (a) **[5]** Definiraj lokalni ekstrem funkcije f v točki $(a, b) \in D$.

   (b) **[5]** Navedi in dokaži potrebni pogoj za obstoj lokalnega minimuma v točki $(a, b) \in D$.

   (c) **[5]** Podaj primer funkcije dveh spremenljivk, ki v stacionarni točki nima lokalnega ekstrema.

4. **[10]** Z uporabo Laplaceove transformacije reši parcialno diferencialno enačbo

$$\frac{\partial u(x,t)}{\partial x} + a\frac{\partial u(x,t)}{\partial t} = b\,, a, b \in \mathbb{R}$$

če je začetni pogoj $u(x,0) = 1$ in robni pogoj $u(0,t) = 1$.