

Vpisna številka

Priimek, ime

Smer K KT

2. test pri predmetu MATEMATIKA III

Računski del

25. 1. 2016

Navodila:

- *Pripravi osebni dokument.*
 - *Ugasni in odstrani mobilni telefon. Uporaba knjig, zapiskov in kalkulatorja ni dovoljena.*
 - *Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana.*
 - *Dovoljeni pripomočki so: kemični svinčnik, svinčnik, radirka, matematični priročnik in pripravljene listi s formulami.*
 - *Čas reševanja je **75 minut**.*
-

1. [20] Poišči rešitev sistema linearnih diferencialnih enačb

$$x_1' = x_2$$

$$x_2' = x_1' + x_3$$

$$x_3' = -x_2'' + x_2.$$

2. [20] Transformacija $\mathcal{A} : M_2(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}^3$ je podana s predpisom

$$\mathcal{A}(X) = (\text{sled}(X), x_{11} - 2x_{12}, x_{22}),$$

kjer je $X = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} \\ x_{21} & x_{22} \end{bmatrix}$.

- (a) Natančno utemelji, da je \mathcal{A} linearna ter poišči bazo jedra in bazo slike.
- (b) Poišči matriko preslikave \mathcal{A} glede na bazi

$$\mathcal{B}_1 = \left\{ \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}, \right\} \text{ in } \mathcal{B}_2 = \{(1, 1, 0), (1, -1, 0), (1, 0, 1)\}.$$

3. [20] Funkcija $f : [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}] \rightarrow \mathbb{R}$ je definirana s predpisom

$$f(x) = \begin{cases} 0 & ; & x < -\frac{\pi}{4} \\ \sin(2x) & ; & -\frac{\pi}{4} \leq x \leq \frac{\pi}{4} \\ 0 & ; & x > \frac{\pi}{4} \end{cases}.$$

S pomočjo razvoja funkcije f v Fourierjevo vrsto izračunaj vsoto vrste

$$\sum_{i=1}^{\infty} \frac{(-1)^{3i}}{4(2i-1)^2 - 1}.$$

Namig: za vsoto navedene vrste opazuj Fourierjevo vrsto funkcije f za $x \in \{0, \frac{\pi}{8}, \frac{\pi}{4}\}$.

Vpisna številka

Priimek, ime

Smer K KT

2. test pri predmetu MATEMATIKA III
Teoretični del
25. 1. 2016

Navodila:

- *Pripravi osebni dokument.*
 - *Ugasni in odstrani mobilni telefon. Dovoljeni pripomočki so samo pisala.*
 - *Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana.*
 - **Čas reševanja je 40 minut.**
-

1. **[10]** Podaj primer netrivialnega vektorskega podprostora \mathcal{W} vektorskega prostora pravokotnih matrik \mathcal{M}_{nm} . Dokaži, da je \mathcal{W} podprostor od \mathcal{M}_{nm} .

2. [10] Dokaži trditev:

Vsaka ortogonalna množica neničelnih vektorjev je linearno neodvisna.

3. [10] Dokaži trditev:

Naj bo $\dim(\mathcal{V}) = n$ in S množica vektorjev iz \mathcal{V} moči n . Če je linearna lupina množice S enaka \mathcal{V} , tedaj je S baza prostora \mathcal{V} .

4. **[10]** Izpelji postopek za reševanje nehomogenih sistemov diferencialnih enačb s pomočjo diagonalizacije matrike koeficientov in razloži, katere nehomogene sisteme diferencialnih enačb lahko rešujemo na tak način.