

Vpisna številka

Priimek, ime

Smer K KT

2. test pri predmetu MATEMATIKA III

Računski del

29. 1. 2018

Navodila:

- *Pripravi osebni dokument.*
 - *Ugasni in odstrani mobilni telefon. Uporaba knjig, zapiskov in kalkulatorja ni dovoljena.*
 - *Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana.*
 - *Dovoljeni pripomočki so: kemični svinčnik, svinčnik, radirka, matematični priročnik in pripravljene listi s formulami.*
 - *Čas reševanja je **75 minut**.*
-

1. **[10]** V vektorskem prostoru $\mathbb{R}_2[x]$ poišči ortonormirano bazo glede naslednji skalarni produkt: za vsak $p, q \in \mathbb{R}_2[x]$,

$$\langle p, q \rangle = p(-2)q(-2) + p(-1)q(-1) + p(0)q(0) + p(1)q(1) + p(2)q(2).$$

2. **[20]** Linearna transformacija $\mathcal{A} : \mathbb{R}_2[x] \rightarrow M_2(\mathbb{R})$ je podana glede na standardni bazi z matriko

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & -2 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

- (a) Določi eksplicitni predpis preslikave $\mathcal{A}$ ter ji določi bazo jedra in bazo slike.
(b) Preveri, da je

$$\mathcal{C} = \left\{ \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \right\}$$

baza. Nadalje, poišči matriko, ki pripada transformaciji $\mathcal{A}$, če namesto standardne baze $M_2(\mathbb{R})$ vzamemo $\mathcal{C}$.

3. **[15]** Razvij funkcijo $f : [-\pi, \pi] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = |\cos(x)|$, v Fourierovo vrste in s pomočjo le-te izračunaj vsoto vrste

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{(4n)^2 - 1} - \frac{1}{(4n+2)^2 - 1} \right).$$

4. **[15]** Poišči rešitev sistema linearnih diferencialnih enačb

$$\begin{aligned}x' &= x'' + 4y'' \\ y' &= x + y.\end{aligned}$$

pri pogoju $x(0) = y(0) = 1$.

Vpisna številka

Priimek, ime

Smer K KT

2. test pri predmetu MATEMATIKA III
Teoretični del
29. 1. 2018

Navodila:

- *Pripravi osebni dokument.*
 - *Ugasni in odstrani mobilni telefon. Dovoljeni pripomočki so samo pisala.*
 - *Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana.*
 - *Čas reševanja je 40 minut.*
-

1. [10]

- (a) [5] Kaj mora veljati za preslikavo f , da je le-ta endomorfizem?
- (b) [5] Podaj primer preslikave $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$, ki ni linearna. Utemelji odgovor.

2. **[15]** Naj bo $\mathcal{V}$ vektorski prostor dimenzije n ter $\mathcal{B}$ in $\mathcal{C}$ njegovi bazi.

(a) **[10]** Izpelji postopek za določitev matrike prehoda $P_{\mathcal{B} \rightarrow \mathcal{C}}$ iz baze $\mathcal{B}$ v bazo $\mathcal{C}$.

(b) **[5]** Utemelji, zakaj lahko matriko prehoda $P_{\mathcal{C} \rightarrow \mathcal{B}}$ iz baze $\mathcal{C}$ v bazo $\mathcal{B}$ dobimo iz matrike prehoda $P_{\mathcal{B} \rightarrow \mathcal{C}}$.

3. **[15]** Naj bo $S = \{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \dots, \mathbf{v}_n\}$ množica neničelnih ortogonalnih vektorjev vektorskega prostora $\mathcal{V}$.
- (a) **[10]** Pokaži da je S linearno neodvisna množica.
- (b) **[5]** Ali je $S \cup \{\mathbf{v}_1 + \mathbf{v}_n\}$ linearno neodvisna množica? Utemelji odgovor.