

Vpisna številka

Priimek in ime

---

**Test pri predmetu MATEMATIKA II**  
**Računski del**  
**1. 6. 2020**

---

**Navodila:**

- Pripravi osebni dokument. Ugasni in odstrani mobilni telefon.
  - Uporaba knjig, zapiskov in rešenih nalog ni dovoljena.
  - Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji ter ga jasno in nedvoumno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana.
  - Na vsak dodaten list, ki je priložen k testni/izpitni poli, označi ime in priimek oz. vpisno številko, ter jasno označi katera naloga je reševana.
  - Dovoljeni pripomočki so: kemični svinčnik, svinčnik, nalivno pero, ravnilo, radirka, matematični priročnik in pripravljene listi s formulami, ki jih je pripravil asistent.
  - Čas reševanja je **75 minut**.
- 

1. [10] Izračunaj

$$\int \frac{x \arctan x}{\sqrt{x^2 + 1}} dx.$$

2. **[15]** Izračunaj volumen rotacijskega telesa, ki ga dobimo z vrtenjem grafa funkcije  $f : [0, \frac{\pi}{4}] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{1}{\sin x + 4 \cos x}$ , okoli osi  $x$ .

3. [15] Poišči tisto rešitev diferencialne enačbe

$$xy' = y(2 \ln(x) - \ln(y^2) + 1),$$

ki poteka skozi točko  $T(1, \sqrt{e})$ .

4. [20] Naj bo  $x_1 = x_1(t)$ ,  $x_2 = x_2(t)$  in  $x_3 = x_3(t)$ . Reši sistem diferencialnih enačb

$$x_1' = x_1 + x_2$$

$$x_2' = x_3$$

$$x_3' = 2x_2 - x_3$$

Vpisna številka

Priimek, ime

---

**Test pri predmetu MATEMATIKA II**  
**Teoretični del**  
**1. 6. 2020**

---

**Navodila:**

- *Pripravi osebni dokument.*
  - *Ugasni in odstrani mobilni telefon. Dovoljeni pripomočki so samo pisala.*
  - *Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana.*
  - *Čas reševanja je **40 minut**.*
- 

1. **[10]** Za vsakega od treh možnih tipov rešitve sistema linearnih enačb  $Ax = b$  shematično prikaži razširjeno matriko  $[A|b]$  po končanem postopku Gaussove eliminacije.

2. [10] Dokaži pravili za nedoločeno integriranje:

(a) [5]  $\int \frac{dx}{\cos^2 x} = \tan x + C,$

(b) [5]  $\int \frac{dx}{x^2 - a^2} = \frac{1}{2a} \ln \left| \frac{x - a}{x + a} \right| + C.$

3. [10] Navedi in dokaži zvezo med nedoločenim in določenim integralom.

4. [10]

- (a) [5] Definiraj lastne vrednosti in lastne vektorje matrike  $A$ .
- (b) [5] Poišči lastne vrednosti in lastne vektorje enotske matrike reda 3.



Vpisna številka

Priimek, ime

K KI

---

**Test pri predmetu MATEMATIKA B**  
**Računski del**  
**1. 6. 2020**

---

**Navodila:**

- *Pripravi osebni dokument. Ugasni in odstrani mobilni telefon.*
  - *Uporaba knjig, zapiskov in rešenih nalog ni dovoljena.*
  - *Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji ter ga jasno in nedvoumno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana.*
  - *Na vsak dodaten list, ki je priložen k testni/izpitni poli, označi ime in priimek oz. vpisno številko, ter jasno označi katera naloga je reševana.*
  - *Dovoljeni pripomočki so: kemični svinčnik, svinčnik, nalivno pero, ravnilo, radirka, matematični priročnik in pripravljene listi s formulami za Matematiko B, ki jih je pripravil asistent.*
  - *Čas reševanja je **75 minut**.*
- 

1. **[15]** Reši diferencialno enačbo

$$x^2 y''(x) + xy'(x) - y(x) = \frac{1}{x+1}.$$

2. [15] Za vsak  $n \in \mathbb{N}$  izračunaj  $A^n$ , če je

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}.$$

3. [15] Ali je s predpisom  $\langle \cdot, \cdot \rangle : M_2(\mathbb{R}) \times M_2(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}$ ,

$$\forall A, B \in M_2(\mathbb{R}) : \langle A, B \rangle = \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 a_{ij} b_{ij},$$

definiran skalarni produkt na  $M_2(\mathbb{R})$ ? Če je, potem poišči kako ortogonalno bazo vektorskega podprostora  $U \subseteq M_2(\mathbb{R})$ :

$$U = \left\{ \begin{bmatrix} a & 0 \\ 2a - b & -b \end{bmatrix} \mid a, b \in \mathbb{R} \right\}.$$

4. **[15]** Linearna transformacija  $\mathcal{A} : \mathbb{R}_2[x] \rightarrow \mathbb{R}^2$  je glede na standardni bazi vektorskih prostorov  $\mathbb{R}_2[x]$  in  $\mathbb{R}^2$  podana s predpisom

$$\mathcal{A}(p) = (p(-1), p'(0) - p(0)).$$

- (a) *[5]* Poišči bazo jedra in bazo slike linearne transformacije  $\mathcal{A}$ .
- (b) *[10]* Poišči matriko, ki pripada linearni transformaciji  $\mathcal{A}$ , če vektorska prostora  $\mathbb{R}_2[x]$  in  $\mathbb{R}^2$  opremimo z bazama  $\mathcal{B} = \{1 - x, 1 - x^2, x^2 + x\}$  in  $\mathcal{C} = \{(1, 2), (-2, 1)\}$ .

Vpisna številka

Priimek, ime

K KI

---

**Test pri predmetu MATEMATIKA B**  
**Teoretični del**  
**1. 6. 2020**

---

**Navodila:**

- *Pripravi osebni dokument.*
  - *Ugasni in odstrani mobilni telefon. Dovoljeni pripomočki so samo pisala.*
  - *Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana.*
  - **Čas reševanja je 40 minut.**
- 

1. **[10]** Dokaži naslednjo trditev.

Lastna vektorja  $\mathbf{p}_1$  in  $\mathbf{p}_2$  linearne transformacije  $\mathcal{A} : V \rightarrow V$ , ki pripadata različnima lastnima vrednostima  $\lambda_1$  in  $\lambda_2$ , sta linearno neodvisna.

2. [10] Naj bodo  $y_1, y_2, y_3$  rešitve homogenega dela linearne diferencialne enačbe 3. reda.

(a) [5] Pokaži, da je  $y_H = C_1 y_1 + C_2 y_2 + C_3 y_3$  tudi rešitev homogenega dela linearne diferencialne enačbe 3. reda, kjer je  $C_i \in \mathbb{R}$  za  $i = 1, 2, 3$ .

(b) [5] Kdaj je  $y_H$  splošna rešitev te iste diferencialne enačbe? Navedi pogoj(e), ki mora(jo) v tem primeru veljati.

3. [10] Naj bo  $V$  vektorski prostor.

- (a) [5] Kako pokažemo, da je  $W$  vektorski podprostor od  $V$ ?
- (b) [5] Podaj primer vektorskega podprostora  $W$ , če je  $V$  prostor matrik reda 2. Na svojem primeru pokaži, da je  $W \subseteq V$ .

4. \* **[10]** Z uporabo definicije in lastnosti skalarnega produkta dokaži naslednji lastnosti metrike in norme:

(a) [5]  $d(\mathbf{u}, \mathbf{v}) = 0 \Leftrightarrow \mathbf{u} = \mathbf{v}$ ,

(b) [5]  $\|\lambda \mathbf{u}\| = |\lambda| \cdot \|\mathbf{u}\|$ .