

2. test pri predmetu MATEMATIKA I  
18. 12. 2013

Čas reševanja je **75 minut**.

**Navodila:**

- *Pripravi osebni dokument.*
- *Ugasni in odstrani mobilni telefon. Uporaba knjig in zapiskov ni dovoljena.*
- *Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana.*
- *Dovoljeni pripomočki so: kemični svinčnik, svinčnik, radirka, kalkulator (ki ne izrisuje grafov), matematični priročnik in pripravljene listi s formulami.*

1. (a) **[10]** S pomočjo  $D_f$ ,  $Z_f$  in poznavanjem elementarnih funkcij skiciraj graf funkcije  $f(x) = \sqrt{10 - 5x} + 1$ .

(b) **[10]** Določi definicijsko območje funkcije  $g(x) = \sqrt{\frac{x+1}{4-x^2}}$ .

2. [20] Zaporedje  $(a_n)$  je podano s splošnim členom

$$a_n = \frac{2n^2 - 2}{n^2 + 2n}.$$

- (a) Ali je zaporedje konvergentno? Če je, izračunaj limito!
- (b) Ali je zaporedje monotono in omejeno? Utemelji!
- (c) V primeru, da limita obstaja, preveri, od katerega člena naprej se vsi členi zaporedja razlikujejo od limitne vrednosti za manj od  $\frac{1}{125}$ .

3. [20] Dana je funkcija  $f$ ,

$$f(x) = \begin{cases} \left(\frac{1-x}{1-2x}\right)^{\frac{4}{x}} & ; \quad x < 0 \\ \frac{x}{x^2-21} & ; \quad 0 \leq x \leq 5. \\ \frac{\sqrt{x^2-9}-4}{x-5} & ; \quad x > 5. \end{cases}$$

S pomočjo limit preveri zveznost funkcije  $f$  v točkah  $x = 0$  in  $x = 5$ .

UM FKKT  
Kemijska tehnologija  
Kemija  
Bolonjski univerzitetni program

Vpisna številka:  
Ime priimek:  
Smer: K KT

2. test pri predmetu MATEMATIKA I  
18. 12. 2013

Čas reševanja je **75 minut**.

**Navodila:**

- *Pripravi osebni dokument.*
- *Ugasni in odstrani mobilni telefon. Uporaba knjig in zapiskov ni dovoljena.*
- *Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana.*
- *Dovoljeni pripomočki so: kemični svinčnik, svinčnik, radirka, kalkulator (ki ne izrisuje grafov), matematični priročnik in pripravljene listi s formulami.*

1. Dana je funkcija  $f(x) = 2 - \ln(e^2 - x^2)$ .

(a) **[10]** S pomočjo  $D_f$  in  $Z_f$  ter poznavanjem elementarnih funkcij skiciraj graf funkcije  $f$ .

(b) **[10]** Izračunaj  $g \circ f$  in  $g \circ f$ , če je

$$g(x) = \begin{cases} e^{2-x} & ; \quad x \geq 0 \\ x - 4 & ; \quad x < 0 \end{cases}.$$

2. (a) **[8]** Zaporedje  $(a_n)$  je podano s splošnim členom  $a_n = \frac{3n^2}{5n^2+5n}$ . Od katerega mesta naprej se členi zaporedja  $(a_n)$  razlikujejo od limitne vrednosti za manj kot  $\frac{1}{250}$ .

- (b) **[12]** Za katere realna števila  $x$  konvergira vrsta

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{4^{n+1}}?$$

V teh primerih izračunaj tudi vsoto vrste.

3. (a) **[8]** Naj bo  $f$  zvezna funkcija. Ali velja, če zaporedje  $(a_n)$  konvergira, potem tudi zaporedje  $(f(a_n))$  konvergira? Utemelji!

- (b) **[12]** Ali obstaja polinom  $p$ , ki ne seka  $x$ -osi in bo zagotovil zveznost funkcije  $f$ ,

$$f(x) = \begin{cases} \frac{e^{2x+2}-e^2}{1-\sqrt[3]{x+1}} & ; \quad x < 0 \\ p(x) & ; \quad 0 \leq x \leq 5? \\ \frac{\sqrt{x^2-9}-4}{5-x} & ; \quad x > 5 \end{cases}$$

Če obstaja, ga poišči.

2. test pri predmetu MATEMATIKA I - teoretični del  
18. 12. 2013

Čas reševanja je **40 minut**.

**Navodila:**

- *Ugasni in odstrani mobilni telefon.*
- *Dovoljeni so samo pisala.*
- *Vsak odgovor utemelji.*

1. **[10]** Dana je funkcija  $f(x) = \ln x$ .

- [5]** Dokaži, da je funkcija  $f$  strogo naraščajoča.
- [5]** Ali je funkcija  $f$  na intervalu  $(0, e]$  omejena oz. ali doseže minimum ter maksimum?

2. [10] Vpelji inverzno funkcijo od funkcije  $f(x) = \sin x$ .



3. [10] Dokaži pravilo o računanju limite vsote dveh funkcij:

$$\lim_{x \rightarrow a} (f(x) + g(x)) = \lim_{x \rightarrow a} f(x) + \lim_{x \rightarrow a} g(x).$$

4. **[10]** S predpisom podaj primer funkcije, ki je monotona in omejena na  $[a, b]$ , ni pa zvezna na tem intervalu.

UM FKKT  
Kemijaska tehnologija  
Kemija  
Bolonjski univerzitetni program

Vpisna številka:  
Ime priimek:  
Smer: K KT

2. test pri predmetu MATEMATIKA I - teoretični del  
18. 12. 2013

Čas reševanja je **40 minut**.

**Navodila:**

- *Ugasni in odstrani mobilni telefon.*
- *Dovoljeni so samo pisala.*
- *Vsak odgovor utemelji.*

1. **[10]** Dana je funkcija  $f(x) = -\log_a x^3$ ,  $a > 1$ .

- [5]** Dokaži, da je funkcija  $f$  strogo padajoča.
- [5]** Ali je funkcija  $f$  na intervalu  $(0, 1]$  omejena oz. ali doseže minimum ter maksimum?

2. **[10]** Dokaži pravilo o računanju limite kvocienta dveh konvergentnih zaporedij.

3. [10] Podaj primer funkcijske vrste, ki je kovergentna za vsak  $x \in \mathbb{R}$ .

4. **[10]** Dokaži, da je zaloga vrednosti na intervalu  $[a, b]$  zvezne funkcije  $f$  interval  $[\min\{f(x)|x \in [a, b]\}, \max\{f(x)|x \in [a, b]\}]$ .