

2. test pri predmetu MATEMATIKA I  
22. 12. 2014

**Navodila:**

- Pripravi osebni dokument.
- Ugasni in odstrani mobilni telefon. Uporaba knjig in zapiskov ni dovoljena.
- Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana.
- Dovoljeni pripomočki so: kemični svinčnik, svinčnik, radirka, matematični priročnik in pripravljene listi s formulami.
- Čas reševanja je **75 minut**.

1. [20]

(a) Določi naravno definicijsko območje funkcije  $f$ , ki je podana s predpisom

$$f(x) = \arcsin\left(\frac{3-x}{3x-1}\right).$$

(b) Skiciraj graf funkcije  $g$ , ki je podana s predpisom

$$g(x) = \begin{cases} 0 & ; \quad |x| < \pi \\ \sin(2x) & ; \quad |x| \geq \pi. \end{cases}$$

(c) Izračunaj  $f \circ g$ , kjer sta  $f$  in  $g$  funkciji iz prvih dveh točk.

2. [20] Zaporedje  $(a_n)$  je podano s splošnim členom

$$a_n = \frac{n^2 - 4}{2n^2 + n + 4}.$$

(a) Ali nastopa v  $(a_n)$  zaporedju člen  $\frac{1}{4}$ ?

(b) Ali je zaporedje konvergentno? Če je, izračunaj limito!

(c) Ali je zaporedje monotono in omejeno? Utemelji!

(d) V primeru, da limita obstaja, preveri, od katerega člena naprej se vsi členi zaporedja razlikujejo od limitne vrednosti za manj od  $\frac{1}{250}$ .

3. [20] Funkcija  $f$  je podana s predpisom,

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x^2+2}-\sqrt{3}}{x^3+1} & ; \quad x < -1 \\ ax + b & ; \quad -1 \leq x \leq 1, \\ \frac{\ln(2^{2x-2})}{e^{x-1}-1} & ; \quad x > 1. \end{cases}$$

kjer sta  $a, b \in \mathbb{R}$ . Določi vrednosti  $a$  in  $b$  tako, da bo funkcija  $f$  zvezna.

Opomba: nalogo reši brez uporabe odvoda.

2. test pri predmetu MATEMATIKA I  
22. 12. 2014

Čas reševanja je **75 minut**.

**Navodila:**

- Pripravi osebni dokument.
- Ugasni in odstrani mobilni telefon. Uporaba knjig in zapiskov ni dovoljena.
- Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana.
- Dovoljeni pripomočki so: kemični svinčnik, svinčnik, radirka, matematični priročnik in pripravljene listi s formulami.
- Čas reševanja je **75 minut**.

1. [15] Funkciji  $f$  in  $g$  sta podani s predpisi

$$f(x) = x^2 - 2 \quad \text{in} \quad g(x) = \begin{cases} \arcsin(\sqrt{x+2}) & ; \quad |x| < 2 \\ e^{x+2} & ; \quad |x| \geq 2. \end{cases}$$

Izračunaj oba kompozituma funkcij.

2. [10] Ali je zaporedje  $(a_n)$ , ki je podano s predpisom

$$a_1 = 6, \quad a_{n+1} = \frac{a_n + 1}{a_n},$$

omejeno? Utemelji!

3. [15] Z računom oz. dokazom utemelji, da vrsta

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{-9}{9n^2 + 3n - 20}$$

konvergira in izračunaj njeno vsoto.

4. [20] Ali obstajata realna parametra  $a$  in  $b$ , da bo funkcija  $f$ , ki je podana s predpisom

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\ln(2-a^x)}{x} & ; \quad x < 0 \\ \frac{x\sqrt{4-x^2}-\sqrt{3}x}{ax-a} & ; \quad 0 \leq x < 1 \\ (1+bx)^{\frac{1}{x+1}} & ; \quad x \geq 1 \end{cases}$$

zvezna na množici realnih števil? Če obstajata, ju poišči.

Opomba: nalogo reši brez uporabe odvoda.

2. test pri predmetu MATEMATIKA I - teoretični del  
22. 12. 2014

Čas reševanja je **75 minut**.

**Navodila:**

- *Pripravi osebni dokument.*
- *Ugasni in odstrani mobilni telefon. Dovoljeni pripomočki so samo pisala.*
- *Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana.*
- *Čas reševanja je **40 minut**.*

1. **[10]** Podaj primer zaporedja, katerega limita je enaka  $\frac{1}{2}$ . Od katerega člena naprej bodo vsi členi v  $\varepsilon = 10^{-3}$ -okolici limite?
2. **[10]** Izpelji limito  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log_a(1+x)}{x}$ .
3. **[10]** Dokaži pravilo o računanju limite v točki  $a$  za razliko dveh funkcij.
4. **[10]** S predpisom podaj primer funkcije, ki je naraščajoča, zvezna in ni omejena na svojem definicijskem območju.

2. test pri predmetu MATEMATIKA I - teoretični del  
22. 12. 2014

**Navodila:**

- Pripravi osebni dokument.
- Ugasni in odstrani mobilni telefon. Dovoljeni pripomočki so samo pisala.
- Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana.
- Čas reševanja je **40 minut**.

1. **[10]** Funkcija  $f : [-\pi, 0] \rightarrow \mathbb{R}$  je podana s predpisom  $f(x) = \tan x$ . Če je potrebno, zožaj domeno oz. kodomeno tako, da bo obstajala obratna funkcija  $f^{-1}$ , jo poišči in skiciraj njen graf.

2. **[15]**

(a) **[10]** Dokaži pravilo o računanju limite produkta dveh konvergentnih zaporedij.

(b) **[5]** Podaj primer zaporedja, ki ima natanko eno stekališče in ni konvergentno.

3. **[10]** Izpelji limito  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .

4. **[5]** S predpisom podaj primer funkcije, ki je padajoča, zvezna in ni omejena na svojem definicijskem območju.