

Vpisna številka

Priimek, ime

---

**2. test pri predmetu MATEMATIKA 1**

**Računski del**

**19. 12. 2016**

---

**Navodila:**

- *Pripravi osebni dokument.*
  - *Ugasni in odstrani mobilni telefon. Uporaba knjig in zapiskov ni dovoljena.*
  - *Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana.*
  - *Dovoljeni pripomočki so: kemični svinčnik, svinčnik, nalivno pero, radirka, matematični priročnik in pripravljene listi s formulami.*
  - *Čas reševanja je **75 minut**.*
- 

1. [10] Ali je zaporedje  $(a_n)$ , ki je podano s splošnim členom

$$a_n = \frac{\sin(n) + n + 1}{2n + 4},$$

omejeno? Utemelji!

2. [10] Poišči naravno definijsko območje  $f$ ,

$$f(x) = \sqrt{\frac{16 - x^2}{1 + \ln(1 - x)}}.$$

3. [20] Funkciji  $f$  in  $g$  sta podani s predpisi

$$f(x) = \begin{cases} 1 - e^{-x} & ; \quad x \geq 0 \\ \frac{x}{x-1} & ; \quad x < 0 \end{cases} \quad \text{in} \quad g(x) = \begin{cases} \ln x & ; \quad x \geq 1 \\ 0 & ; \quad x < 1. \end{cases}$$

- (a) Natančno nariši grafa funkcij  $f$  in  $g$ .
- (b) Izračunaj  $f \circ g$  in  $g \circ f$ . Dobljeni funkciji tudi nariši.

4. [20] Brez uporabe odvoda izračunaj naslednje limite

$$(a) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - \sqrt[3]{x}}{e^x - e} =$$

$$(b) \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^2 + x}{x^2 - 4} \right)^{2x} =$$

$$(c) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(2 - x^2) - \ln(2 + x)}{2x} =$$

Vpisna številka

Priimek, ime

K KT

---

**2. test pri predmetu MATEMATIKA 1**  
**Računski del**  
**19. 12. 2016**

---

**Navodila:**

- *Pripravi osebni dokument.*
  - *Ugasni in odstrani mobilni telefon. Uporaba knjig in zapiskov ni dovoljena.*
  - *Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana.*
  - *Dovoljeni pripomočki so: kemični svinčnik, svinčnik, nalivno pero, radirka, matematični priročnik in pripravljene listi s formulami.*
  - *Čas reševanja je **75 minut**.*
- 

1. [10] Zaporedje  $(a_n)$  je podano takole

$$a_1 = 2 \quad \text{in} \quad a_{n+1} = \frac{3}{a_n} + \frac{a_n}{2}.$$

Ali je  $a_n \in [1, 6]$  za vsak  $n \in \mathbb{N}$ ? Utemelji!

2. [20] Funkciji  $f$  in  $g$  sta podani s predpisi

$$f(x) = \ln(x^2 + 4x + 4) \quad \text{in} \quad g(x) = \begin{cases} \frac{x^2}{x^2 + 1} & ; \quad x \geq 0 \\ \frac{1 - \sin(\frac{x}{2})}{3} & ; \quad x < 0. \end{cases}$$

- (a) Natančno nariši grafa funkcij  $f$  in  $g$ .
- (b) Izračunaj definicijski območji  $f \circ g$  in  $g \circ f$  ter določi njuna predpisa.

3. [15] Preveri, da vrsta

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{-2n - 3}{(n^2 + 3n)^2}$$

konvergira in izračunaj njeno vsoto.

4. [15] Poišči zvezno funkcijo  $g : [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ , da bo funkcija  $f$ ,

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\cos(\frac{\pi}{2}x)}{e^{x^2} - e} & ; \quad x > 1 \\ g(x) & ; \quad -1 \leq x \leq 1 \\ (1 + x - \sqrt[3]{x})^{\frac{3}{x+1}} & ; \quad x < -1, \end{cases}$$

zvezna na množici realnih števil.

Opomba: nalogo reši brez uporabe odvoda.



Vpisna številka

Priimek, ime

---

**2. test pri predmetu MATEMATIKA 1**  
**Teoretični del**  
**19. 12. 2016**

---

**Navodila:**

- *Pripravi osebni dokument.*
  - *Ugasni in odstrani mobilni telefon. Dovoljeni pripomočki so samo pisala.*
  - *Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana.*
  - **Čas reševanja je 40 minut.**
- 

1. **[10]** Izpelji osnovno zvezo med funkcijama arkus sinus ( $\arcsin$ ) in arkus kosinus ( $\arccos$ ).

2. [15] Navedi in izpelji vse 3 lastnosti računanja z logaritmom.

3. [10] Izpeljite limiti:

(a) [5]  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x},$

(b) [5]  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - 1}{x}.$

4. [5] Podaj primer zaporedja, ki je divergentno in nima stekališč.

Vpisna številka

Priimek, ime

K KT

---

**2. test pri predmetu MATEMATIKA 1**  
**Teoretični del**  
**19. 12. 2016**

---

**Navodila:**

- *Pripravi osebni dokument.*
  - *Ugasni in odstrani mobilni telefon. Dovoljeni pripomočki so samo pisala.*
  - *Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana.*
  - **Čas reševanja je 40 minut.**
- 

1. [10] Poišči konvergenčno območje funkcijske vrste

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin^n x}{n}.$$

2. [15] Izjava  $p$  pravi, da je zaporedje divergentno, izjava  $q$  pravi, da ima zaporedje natanko eno stekališče. Dokaži ali ovrzi s protiprimerom naslednje trditve:

(a)  $\neg p \Rightarrow q$ ,

(b)  $p \Rightarrow \neg q$ ,

(c)  $\neg q \Rightarrow p$ .

3. [15]

(a) [5] Utemelji, zakaj velja enakost

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(x+1)}{x} = \ln \left( \lim_{x \rightarrow 0} (x+1)^{\frac{1}{x}} \right).$$

(b) [10] Dokaži trditev, ki pravi, če je funkcija  $f$  zvezna v točki  $a$ , tedaj je limita funkcije  $f$  v  $a$  enaka  $f(a)$ .