

Vpisna številka

Priimek, ime

---

**2. test pri predmetu MATEMATIKA 1**  
**Računski del**  
**18. 12. 2017**

---

**Navodila:**

- *Pripravi osebni dokument.*
  - *Ugasni in odstrani mobilni telefon. Uporaba knjig in zapiskov ni dovoljena.*
  - *Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana.*
  - *Dovoljeni pripomočki so: kemični svinčnik, svinčnik, nalivno pero, radirka, matematični priročnik in pripravljene listi s formulami.*
  - *Čas reševanja je **75 minut**.*
- 

1. [15] Zaporedje  $(a_n)$  je podano s splošnim členom

$$a_n = \frac{n^2 + 1}{3n^2 + n}.$$

- (a) Ali je zaporedje monotono? Utemelji!
- (b) Dokaži, da je zaporedje konvergentno in preveri od katerega člena naprej se vsi členi zaporedja razlikujejo od limitne vrednosti za manj od  $\frac{1}{300}$ ?

2. [10] Poišči naravno definicijsko območje funkcije  $f$ ,

$$f(x) = \sqrt{\frac{e^2 - x^2}{\ln |x|}}.$$

3. [20] Funkciji  $f$  in  $g$  sta podani takole

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2-x}{x+1} & ; \quad x \geq 2 \\ -\sqrt{2-x} & ; \quad x < 2 \end{cases} \quad \text{in} \quad g(x) = \begin{cases} x+4 & ; \quad x > 0 \\ 2 & ; \quad x \leq 0. \end{cases}$$

- (a) Natančno nariši grafa funkcij  $f$  in  $g$ . Ali je funkcija  $f$  zvezna? Utemelji!
- (b) Izračunaj  $f \circ g$  in  $g \circ f$ .

4. [15] Brez uporabe odvoda izračunaj naslednje limite

(a)  $\lim_{x \rightarrow \infty} (2x^2 - \sqrt{4x^4 + x^2})$

(b)  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1 + 2x^2}{1 + x} \right)^{\frac{1}{x}} =$

Vpisna številka

Priimek, ime

K KT

---

**2. test pri predmetu MATEMATIKA 1**

**Računski del**

**18. 12. 2017**

---

**Navodila:**

- *Pripravi osebni dokument.*
  - *Ugasni in odstrani mobilni telefon. Uporaba knjig in zapiskov ni dovoljena.*
  - *Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana.*
  - *Dovoljeni pripomočki so: kemični svinčnik, svinčnik, nalično pero, radirka, matematični priročnik in pripravljene listi s formulami.*
  - *Čas reševanja je 75 minut.*
- 

1. [10] Zaporedje  $(a_n)$  je podano rekurzivno

$$a_1 = 3, a_{n+1} = \frac{2a_n}{a_n + 1}.$$

Ali je zaporedje  $(a_n)$  naraščajoče? Ali je zaporedje  $(a_n)$  konvergentno?  
Utemelji!

2. [20] Funkciji  $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  sta podani takole

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{|x| + 1} & ; |x| < 1 \\ \pi - \arctan(|x|) & ; |x| \geq 1. \end{cases} \quad \text{in } g(x) = \begin{cases} 1 + \ln\left(1 - \frac{1}{x}\right) & ; x < 0 \\ \sqrt{3} & ; x \geq 0. \end{cases}$$

- (a) Natančno nariši graf funkcije  $f$  in preuči injektivnost ter surjektivnost funkcije  $f$ .
- (b) Izračunaj  $f \circ g$ .

3. [15] Poišči vsa realna števila  $x$  za katera konvergira vrsta

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-4)^n}{n^2(x-2)^{2n}}.$$

4. [15] Funkcija  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  je podana s predpisom

$$f(x) = \begin{cases} \left(\frac{e^{3x}}{x+1}\right)^{\frac{1}{x}} & ; \quad x > 0 \\ ax + b & ; \quad -1 \leq x \leq 0 \\ \frac{1 + \sqrt[3]{x}}{x^4 - 1} & ; \quad x < -1, \end{cases}$$

kjer sta  $a, b \in \mathbb{R}$ . Določi  $a$  in  $b$  tako, da bo  $f$  zvezna na množici realnih števil.

Vpisna številka

Priimek, ime

---

**2. test pri predmetu MATEMATIKA 1**  
**Teoretični del**  
**18. 12. 2017**

---

**Navodila:**

- *Pripravi osebni dokument.*
  - *Ugasni in odstrani mobilni telefon. Dovoljeni pripomočki so samo pisala.*
  - *Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana.*
  - **Čas reševanja je 40 minut.**
- 

1. **[10]** Izpelj 3 zveze, ki veljajo za trigonometrične funkcije.

2. [15]

- (a) [5] Definiraj limito zaporedja.
- (b) [10] Pokaži, da je limita vsote dveh konvergentnih zaporedij enaka vsoti limit teh dveh zaporedij.

3. [10] Izpeljite limiti:

(a) [5]  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log_a(1+x)}{x},$

(b) [5]  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x}.$

4. **[5]** Navedi en izrek, ki velja za zvezne funkcije na zaprtem intervalu.

Vpisna številka

Priimek, ime

K KT

---

**2. test pri predmetu MATEMATIKA 1**  
**Teoretični del**  
**18. 12. 2017**

---

**Navodila:**

- *Pripravi osebni dokument.*
  - *Ugasni in odstrani mobilni telefon. Dovoljeni pripomočki so samo pisala.*
  - *Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana.*
  - **Čas reševanja je 40 minut.**
- 

1. [10] Izpelj limito:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x.$$

2. [15]

- (a) [5] Definiraj stekališče zaporedja.
- (b) [10] Pokaži, da je limita produkta dveh konvergentnih zaporedij enaka produktu limit teh dveh zaporedij.

3. **[15]** Naj bo  $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  zvezna funkcija.

- (a) **[10]** Dokaži, da če je funkcija  $f$  nasprotnega predznaka v krajiščih intervala, tedaj obstaja ničla funkcije  $f$  na  $(a, b)$ .
- (b) **[5]** Utemelji zakaj je zaloga vrednosti funkcije  $f$  zaprti interval  $[m, M]$ , kjer sta  $m$  in  $M$  minimum oz. maksimum funkcije  $f$ .