

Vpisna številka

Priimek, ime

2. test pri predmetu MATEMATIKA 1
Računski del
17. 12. 2018

Navodila:

- *Pripravi osebni dokument.*
 - *Ugasni in odstrani mobilni telefon. Uporaba knjig in zapiskov ni dovoljena.*
 - *Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji ter ga jasno in nedvoumno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana.*
 - *Dovoljeni pripomočki so: kemični svinčnik, svinčnik, nalivno pero, radirka, matematični priročnik in pripravljene listi s formulami.*
 - *Čas reševanja je **75 minut**.*
-

1. [10] Poišči naravno definicijsko območje funkcije f ,

$$f(x) = \ln \left(\frac{2^x - \frac{1}{2}}{\sqrt{4 - x^2}} \right).$$

2. **[15]** Zaporedje (a_n) je podano s splošnim členom

$$a_n = \left(\frac{n^2}{n^2 + 4} \right)^{n^3} .$$

Ali je zaporedje omejeno? Utemelji!

3. [20] Funkciji f in g sta podani takole

$$f(x) = \begin{cases} 1 - \sqrt{x+1} & ; \quad x \geq 3 \\ -x^2 + 4x - 4 & ; \quad x < 3 \end{cases} \quad \text{in} \quad g(x) = \begin{cases} \frac{1-3x}{x} & ; \quad x \geq \frac{1}{3} \\ -3 & ; \quad x < \frac{1}{3}. \end{cases}$$

- (a) Natančno skiciraj grafa funkcij f in g .
- (b) Izračunaj $f \circ g$ in $g \circ f$.

4. **[15]** Ali obstaja realno število a , da bo funkcija $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, ki je podana s predpisom

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{2x^2+1}-3}{x^3-8} & ; \quad x < 2 \\ a & ; \quad x = 2 \\ \frac{2-x}{e^x-e^2} & ; \quad x > 2, \end{cases}$$

zvezna? Utemelji!

Opomba: limite izračunaj brez uporabe odvoda.

Vpisna številka

Priimek, ime

K KT

2. test pri predmetu MATEMATIKA 1
Računski del
17. 12. 2018

Navodila:

- *Pripravi osebni dokument.*
 - *Ugasni in odstrani mobilni telefon. Uporaba knjig in zapiskov ni dovoljena.*
 - *Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji ter ga jasno in nedvoumno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana.*
 - *Dovoljeni pripomočki so: kemični svinčnik, svinčnik, nalično pero, radirka, matematični priročnik in pripravljene listi s formulami.*
 - *Čas reševanja je 75 minut.*
-

1. [15] Zaporedje (a_n) je podano s splošnim členom

$$a_n = \underbrace{\sqrt{6 + \sqrt{6 + \dots + \sqrt{6 + \sqrt{6}}}}}_n.$$

Ali je zaporedje omejeno? Če je omejeno, poišči tudi zgornjo in spodnjo mejo.

2. [15] Funkcija $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ je podana s predpisom

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2}{x-1} & ; \quad x > 1 \\ 2^{-x^2} + 1 & ; \quad x \leq 1. \end{cases}$$

- (a) Natančno skiciraj graf funkcije f .
- (b) Funkcija g je podana s predpisom $g(x) = \sqrt{x - 4x^2}$. Če obstajata, poišči $f \circ g$ in $g \circ f$.

3. [15] Preuči konvergenco vrst

$$(a) \sum_{n=4}^{\infty} \frac{1}{n^2 - 3n},$$

$$(b) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{\sqrt{2n^3 - 1}}.$$

Če katera od vrst konvergira, izračunaj vsoto vrste.

4. [15] Ali obstaja p polinom druge stopnje, katerega graf funkcije ima teme na ordinatni osi, da bo funkcija $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, ki je podana s predpisom

$$f(x) = \begin{cases} (x-1)^{\frac{1}{\sqrt[3]{4x-2}}} & ; \quad x > 2 \\ p(x) & ; \quad -1 \leq x \leq 2 \\ \frac{\ln(|x|)}{\sqrt{2x^2-1+x}} & ; \quad x < -1, \end{cases}$$

zvezna? Če obstaja, ga poišči.

Opomba: nalogo reši brez uporabe odvoda.

Vpisna številka

Priimek, ime

2. test pri predmetu MATEMATIKA 1
Teoretični del
17. 12. 2018

Navodila:

- *Pripravi osebni dokument.*
 - *Ugasni in odstrani mobilni telefon. Dovoljeni pripomočki so samo pisala.*
 - *Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana.*
 - **Čas reševanja je 40 minut.**
-

1. [10]

- (a) **[5]** Definiraj kdaj je funkcija $f : D \subseteq \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ padajoča.
- (b) **[5]** Za katere $a \in \mathbb{R}$ je eksponentna funkcija a^x dobro definirana in padajoča.

2. **[10]** Navedi dve zvezi, ki veljata za logaritemsko funkcijo in ju izpelji.

3. [10]

- (a) [5] Definiraj stekališče zaporedja.
- (b) [5] Dokaži ali ovrzi s protiprimerom trditev:
Če ima zaporedje eno stekališče, tedaj je to stekališče limita tega zaporedja.

4. **[10]** Dokaži izrek, ki pravi, da zvezna funkcija na zaprtem intervalu doseže vse vrednosti med minimumom m in maksimumom M .

Vpisna številka

Priimek, ime

K KT

2. test pri predmetu MATEMATIKA 1
Teoretični del
17. 12. 2018

Navodila:

- *Pripravi osebni dokument.*
 - *Ugasni in odstrani mobilni telefon. Dovoljeni pripomočki so samo pisala.*
 - *Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana.*
 - **Čas reševanja je 40 minut.**
-

1. **[10]** Izpeljži naslednji zvezi:

(a) **[5]** $\log_a x^y = y \log_a x$,

(b) **[5]** $\operatorname{ch}^4 x - \operatorname{sh}^4 x = \operatorname{ch}(2x)$.

2. [15]

- (a) [10] Zapiši in dokaži Leibnizov kriterij za konvergenco alternirajoče vrste.
- (b) [5] Ali velja naslednja trditev (odgovor utemelji):
Če vrsta konvergira, potem tudi absolutno konvergira.

3. [15]

- (a) [5] Definiraj kdaj je funkcija zvezna na $[a, b]$.
- (b) [10] Dokaži izrek, ki pravi, da zvezna funkcija na zaprtem intervalu doseže minimum in maksimum.