

Vpisna številka

Priimek in ime

3. test pri predmetu MATEMATIKA 1
Računski del
27. 1. 2020

Navodila:

- *Pripravi osebni dokument. Ugasni in odstrani mobilni telefon.*
 - *Uporaba knjig, zapiskov in rešenih nalog ni dovoljena.*
 - *Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji ter ga jasno in nedvoumno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana.*
 - *Na vsak dodaten list, ki je priložen k testni/izpitni poli, označi ime in priimek oz. vpisno številko, ter jasno označi katera naloga je reševana.*
 - *Dovoljeni pripomočki so: kemični svinčnik, svinčnik, nalivno pero, ravnilo, radirka, matematični priročnik in pripravljene listi s formulami, ki jih je pripravil asistent.*
 - *Čas reševanja je **75 minut**.*
-

1. **[20]** Krivulja \mathcal{K} je podano z enačbo $(x^2 + y^2)^2 = 4xy$. Naj bo t tangenta na krivuljo \mathcal{K} v sečišču krivulje \mathcal{K} s simetralo lihih kvadrantov, kjer je prva koordinata sečišča različna od 0. Poišči enačbe vseh takšnih tangent t in preveri, da je vsaka takšna tangenta t pravokotna na simetralo lihih kvadratnov.

2. [20] Izračunaj

(a) [10] $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{\sqrt[3]{x} - x},$

(b) [10] $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{(1 + \sin(2x))^{\frac{1}{x}}}{e^2} \right)^{\frac{1}{-x}}.$

3. [20] Funkcija f je podana s predpisom

$$f(x) = \frac{e^{x^2}}{x+1}.$$

- (a) [10] Zapiši Taylorjev polinom druge stopnje v točki $a = 0$.
- (b) [10] Določi naravno definijsko območje funkcije f ter nato določi še intervale naraščanja in padanja funkcije f .

Vpisna številka

Priimek, ime

K KI

3. test pri predmetu MATEMATIKA A
Računski del
27. 1. 2020

Navodila:

- *Pripravi osebni dokument. Ugasni in odstrani mobilni telefon.*
 - *Uporaba knjig, zapiskov in rešenih nalog ni dovoljena.*
 - *Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji ter ga jasno in nedvoumno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana.*
 - *Na vsak dodaten list, ki je priložen k testni/izpitni poli, označi ime in priimek oz. vpisno številko, ter jasno označi katera naloga je reševana.*
 - *Dovoljeni pripomočki so: kemični svinčnik, svinčnik, nalivno pero, ravnilo, radirka, matematični priročnik in pripravljene listi s formulami, ki jih je pripravil asistent.*
 - *Čas reševanja je **75 minut**.*
-

1. [20] Izračunaj

$$\int \sin(x) \ln(\sin(2x)) dx.$$

2. **[20]** Telo nastane tako, da del grafa funkcije f , $f(x) = 1 - \ln(x + 1)$, ki leži v prvem kvadrantu, zavrtimo okoli osi y . Izračunaj površino tega telesa.

3. [20] Kateri od naslednjih posplošenih integralov konvergira

(a) [10] $\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{\ln\left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right)}} dx,$

(b) [10] $\int_0^1 \frac{1}{x\sqrt{x+2}} dx?$

Če konvergira, ga izračunaj. Vsak odgovor računsko utemelji.

Vpisna številka

Priimek, ime

2. test pri predmetu MATEMATIKA 1
Teoretični del
27. 1. 2020

Navodila:

- *Pripravi osebni dokument.*
 - *Ugasni in odstrani mobilni telefon. Dovoljeni pripomočki so samo pisala.*
 - *Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana.*
 - **Čas reševanja je 40 minut.**
-

1. **[10]** Izpelji pravilo za odvod vsote dveh odvedljivih funkcij.

2. [10]

- (a) [5] Definiraj diferencial odvedljive funkcije f v točki a .
- (b) [5] Z uporabo diferenciala izračunaj približno vrednost $\sqrt{15}$.

3. [10] Naj bo $f(x) = a^x$ eksponentna funkcija. Z uporabo odvoda

(a) [5] določi osnovo a , za katero je f strogo padajoča na \mathbb{R} ,

(b) [5] izpelji $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - 1}{x}$.

4. [10] Navedi in dokaži Rolleov izrek.

Vpisna številka

Priimek, ime

K KI

2. test pri predmetu MATEMATIKA A
Teoretični del
27. 1. 2020

Navodila:

- *Pripravi osebni dokument.*
 - *Ugasni in odstrani mobilni telefon. Dovoljeni pripomočki so samo pisala.*
 - *Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana.*
 - **Čas reševanja je 40 minut.**
-

1. [10] Naj bo $a \neq 0$. Izpelji formuli za nedoločeno integriranje:

(a) [5] $\int \ln x \, dx = x(\ln x - 1) + C$, kjer je $C \in \mathbb{R}$,

(b) [5] $\int \frac{dx}{a^2 - x^2} = \frac{1}{2a} \ln \left| \frac{a+x}{a-x} \right| + C$, kjer je $C \in \mathbb{R}$.

2. [10] Dokaži trditev:

Naj bo f omejena funkcija na $[a, b]$ in D' nadaljevanje delitve D . Tedaj za zgornji Riemannovi vsoti velja

$$S_{D'}(f) \leq S_D(f).$$

3. [10]

(a) [5] Definiraj Eulerjevo funkcijo Γ .

(b) [5] Dokaži da za vsako naravno število n velja $\Gamma(n + 1) = n!$.

* [10] Dokaži formulo:

$$\int_a^b \sum_{i=1}^n f_i(x) dx = \sum_{i=1}^n \int_a^b f_i(x) dx, n \in \mathbb{N}.$$