

Vpisna številka

Priimek in ime

3. test pri predmetu MATEMATIKA I
Računski del
24. 1. 2022

Navodila:

- *Pripravi osebni dokument. Ugasni in odstrani mobilni telefon. Uporaba knjig, zapiskov, rešenih nalog in kalkulatorja ni dovoljena.*
 - *Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji ter ga jasno in nedvoumno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana. Naloge najprej rešuj na polo, nato na dodatne liste. Na vsak list, ki je priložen k testni/izpitni poli, označi ime in priimek oz. vpisno številko ter jasno označi katera naloga je reševana.*
 - *Dovoljeni pripomočki so: kemični svinčnik, svinčnik, nalivno pero, ravnilo, radirka, pripravljene listi s formulami, ki jih je pripravil asistent za ta izpit.*
 - **Čas reševanja je 75 minut.**
-

1. [20] Krivulja \mathcal{K} je podana z enačbo

$$y^4 = 4x^4 + 6xy.$$

Poišči enačbo tangente in normale v točki $T(1, 2)$. Ali ta tangenta seka os x pod kotom $\frac{\pi}{4}$? Utemelji.

2. [20] Funkcija f je podana s predpisom

$$f(x) = \ln(1 + e^x).$$

(a) [10] Razvij funkcijo f v Taylorjev polinom druge stopnje v okolici točke 0.

(b) [10] Izračunaj

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 \cdot f(x)}{1 + \sin x - e^x}.$$

3. [20] Za funkcijo f , ki je podana s predpisom $f(x) = x\sqrt{1-2x}$, določi naravno definicijsko območje, zalogo vrednosti, ničle, obnašanje na robu naravnega definicijskega območja, ekstreme, intervale naraščanja in padanja ter nato še skiciraj njen graf.

Vpisna številka

Priimek, ime

K KI

3. test pri predmetu MATEMATIKA A
Računski del
24. 1. 2022

Navodila:

- *Pripravi osebni dokument. Ugasni in odstrani mobilni telefon. Uporaba knjig, zapiskov, rešenih nalog in kalkulatorja ni dovoljena.*
 - *Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji ter ga jasno in nedvoumno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana. Naloge najprej rešuj na polo, nato na dodatne liste. Na vsak list, ki je priložen k testni/izpitni poli, označi ime in priimek oz. vpisno številko ter jasno označi katera naloga je reševana.*
 - *Dovoljeni pripomočki so: kemični svinčnik, svinčnik, nalivno pero, ravnilo, radirka, pripravljene listi s formulami, ki jih je pripravil asistent za ta izpit.*
 - **Čas reševanja je 75 minut.**
-

1. [15] Izračunaj

$$\int \operatorname{ch}x \cdot \ln(1 - \operatorname{ch}x) dx.$$

2. [15] Izračunaj

$$\int \frac{x}{(x+1)\sqrt{x^2-2}} dx.$$

3. [20] Lik \mathcal{L} v ravnini je določen z množico

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \in [-1, 1], 1 - |x| \leq y \leq 4(1 - x^2)\}.$$

Izračunaj volumen toracijskega telesa, ki ga dobimo pri vrtenju lika \mathcal{L} okoli premice z enačbo $x = 2$.

4. [10] Ali konvergira intergal

$$\int_0^\infty \frac{x^4}{e^{x^2}} dx?$$

Če konvergira, ga izračunaj.

Vpisna številka

Priimek, ime

3. test pri predmetu MATEMATIKA I
Teoretični del
24. 1. 2022

Navodila:

- *Pripravi osebni dokument.*
 - *Ugasni in odstrani mobilni telefon. Dovoljeni pripomočki so samo pisala.*
 - *Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana.*
 - **Čas reševanja je 40 minut.**
-

1. **[10]** Naj bo f odvedljiva funkcija.

(a) **[4]** Definiraj odvod funkcije f v točki a .

(b) **[6]** Z uporabo definicije odvoda poišči odvod funkcije f , $f(x) = x^3$.

2. **[10]** Naj bosta f in g odvedljivi funkciji. Izpelji pravilo za odvod vsote funkcij f in g .

3. [10] Navedi in dokaži Lagrangeov izrek.

4. **[10]** Podaj primer funkcije, ki je hkrati strogo padajoča in konveksna na svojem definicijskem območju. Obe lastnosti računsko preveri.

Vpisna številka

Priimek, ime

K KI

3. test pri predmetu MATEMATIKA A
Teoretični del
24. 1. 2022

Navodila:

- *Pripravi osebni dokument.*
 - *Ugasni in odstrani mobilni telefon. Dovoljeni pripomočki so samo pisala.*
 - *Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana.*
 - **Čas reševanja je 40 minut.**
-

1. **[5]** Definiraj Riemannovo integralsko vsoto omejene funkcije f na $[a, b]$.

2. [15] Naj bo $a > 0$. Dokaži formuli za nedoločeno integriranje:

(a) [5] $\int \ln x \, dx = x \ln x - x + C,$

(b) [10] $\int \frac{dx}{x^2 - a^2} = \frac{1}{2a} \ln \left| \frac{x - a}{x + a} \right| + C.$

3. [10] Navedi in dokaži izrek o uvedbi nove spremenljivke v izračun nedoločenega integrala funkcije f .

4. [10] Izpelji formulo za izračun prostornine rotacijskega telesa, ki nastane z vrtenjem grafa funkcije f okoli osi x na intervalu $[a, b]$.