

Vpisna številka

Priimek, ime

---

**1. test pri predmetu MATEMATIKA II**

**Računski del**

**23. 3. 2016**

---

**Navodila:**

- *Pripravi osebni dokument.*
  - *Ugasni in odstrani mobilni telefon. Uporaba knjig, zapiskov, rešenih nalog in kalkulatorja ni dovoljena.*
  - *Piši čitljivo, vsak odgovor natančno utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana.*
  - *Dovoljeni pripomočki so: kemični svinčnik, svinčnik, nalivno pero, radirka, matematični priročnik in pripravljene listi s formulami.*
  - *Čas reševanja je **75 minut**.*
- 

1. [15] Poišči rešitve matrične enačbe

$$XA = B,$$

kjer je

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 0 & 2 & -2 \end{bmatrix} \quad \text{in} \quad B = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}.$$

2. [15] Za katera realna števila  $x$  obstaja inverz matrike

$$\begin{bmatrix} x & 1 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & x & -1 & 0 & 0 \\ 0 & x & 2x & 3x & 4x \\ 0 & -1 & x & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 1 & 0 & x \end{bmatrix} ?$$

Utemelji!

3. [15] Za katere realne parametre  $a$  sistem

$$ax + 2y + 2z = a$$

$$-x - y + 2z = 2$$

$$-2x - ay = 0.$$

nima enolične rešitve? Ali v teh primerih obstajajo rešitve? Če obstajajo, jih poišči. Vsak odgovor utemelji!

4. **[15]** Poišči lastne vrednosti in lastne vektorje matrike  $A \in M_3(\mathbb{R})$ ,

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 0 & 4 & 0 \\ 4 & 1 & 2 \end{bmatrix}.$$

Vpisna številka

Priimek, ime

Smer: K KT

---

**1. test pri predmetu MATEMATIKA II**  
**Računski del**  
**23. 3. 2016**

---

**Navodila:**

- *Pripravi osebni dokument.*
  - *Ugasni in odstrani mobilni telefon. Uporaba knjig, zapiskov, rešenih nalog in kalkulatorja ni dovoljena.*
  - *Piši čitljivo, vsak odgovor natančno utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana.*
  - *Dovoljeni pripomočki so: kemični svinčnik, svinčnik, nalivno pero, radirka, matematični priročnik in pripravljene listi s formulami.*
  - *Čas reševanja je 75 minut.*
- 

1. [10] Poišči vse  $X$  za katere velja

$$XA + (BX^T)^T = (2I)^T,$$

kjer je

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{in} \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

2. [20] Naj bo  $a \in \mathbb{R}$ . Dan je sistem enačb

$$\begin{aligned}ax + y + 4z &= 0 \\-x + ay + 2z &= a + 1 \\2x + y + az &= 1.\end{aligned}$$

- (a) Glede na realni parameter  $a$  obravnavaj sistem enačb.
- (b) Ali obstaja  $a \in \mathbb{Z}$ , da bo imel sistem celoštevilsko rešitev? Če obstaja, poišči tak  $a$  in tako celoštevilsko rešitev.

3. [15] Za katera realna števila  $a$  in  $b$  obstaja inverz matrike  $A \in M_n(\mathbb{R})$ ,

$$A = \begin{bmatrix} a+b & b-1 & b-1 & \dots & b-1 & b-1 \\ 1 & a & 1 & \dots & 1 & 1 \\ 1 & 1 & a & \dots & 1 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 1 & 1 & 1 & \dots & a & 1 \\ -1 & 1 & 1 & \dots & 1 & a \end{bmatrix} ?$$

Vsak korak utemelji!

4. **[15]** Dokaži ali ovrzi naslednjo trditev: vsota kvadratov dveh kvadratnih matrik, ki sta obe različni od ničelne matrike, je različna od ničelne matrike.



Vpisna številka

Priimek, ime

---

**1. test pri predmetu MATEMATIKA II**  
**Teoretični del**  
**23. 3. 2016**

---

**Navodila:**

- *Pripravi osebni dokument.*
  - *Ugasni in odstrani mobilni telefon. Dovoljeni pripomočki so samo pisala.*
  - *Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana.*
  - **Čas reševanja je 40 minut.**
- 

1. [10] Dokaži, da za matriki  $A$  in  $B$  ustreznih redov (navedi rede) velja

$$(AB)^T = B^T A^T .$$

2. **[10]** Dokaži trditev:

Če je matrika  $A$  obrnljiva, tedaj je  $\det(A) \neq 0$ .

3. [15]

- (a) [5] Ali lahko vsaki kvadratni matriki  $A$  priredimo njej transponirano matriko?
- (b) [5] Ali lahko vsaki kvadratni matriki  $A$  določimo njeno prirejenko?
- (c) [5] Ali lahko vsaki kvadratni matriki  $A$  določimo njej obratno matriko?

Utemelji odgovore in za tiste, ki držijo, za konkretno matriko  $A$  reda 2 (sam jo izberi), poišči ustrezne matrike iz točk a), b) oz. c).

4. **[5]** Naštej stolpične transformacije pri Gaussovi eliminacijski metodi in jih pokaži na konkretnem primeru  $2 \times 2$  sistema linearnih enačb.

Vpisna številka

Priimek, ime

Smer: K KT

---

**1. test pri predmetu MATEMATIKA II**  
**Teoretični del**  
**23. 3. 2016**

---

**Navodila:**

- *Pripravi osebni dokument.*
  - *Ugasni in odstrani mobilni telefon. Dovoljeni pripomočki so samo pisala.*
  - *Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana.*
  - **Čas reševanja je 40 minut.**
- 

1. **[10]** Na množici  $\mathcal{M}_{mn}$  pravokotnih matrik reda  $m \times n$  je definirana operacija  $*$  na sledeč način:

$$(A * B)_{ij} = 2(A)_{ij} + 3(B)_{ij}, \quad \forall i = 1, \dots, m \quad \text{in} \quad \forall j = 1, \dots, n.$$

Ali je  $(\mathcal{M}_{mn}, *)$  grupa? Utemelji odgovor!

2. **[10]** Dokaži, da za obrnljivi matriki  $A$  in  $B$  (in običajno operacijo množenja matrik) velja

$$(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}.$$

3. [20]

- (a) [5] Kdaj sta sistema linearnih enačb ekvivalentna?
- (b) [10] Dokaži trditev, da osnovne vrstične transformacije pri Gaussovi eliminaciji prevedejo začetni sistem linearnih enačb na ekvivalenten sistem.
- (c) [5] Podaj primer  $2 \times 3$  sistema enačb, ki ni sistem linearnih enačb.