

Vpisna številka

Priimek, ime

1. test pri predmetu MATEMATIKA II

Računski del

24. 3. 2017

Navodila:

- Pripravi osebni dokument.
 - Ugasni in odstrani mobilni telefon. Uporaba knjig, zapiskov, rešenih nalog in kalkulatorja ni dovoljena.
 - Piši čitljivo, vsak odgovor natančno utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana.
 - Dovoljeni pripomočki so: kemični svinčnik, svinčnik, nalivno pero, radirka, matematični priročnik in pripravljene listi s formulami.
 - Čas reševanja je **75 minut**.
-

1. [15] Poišči rešitve matrične enačbe

$$XB - 9B = X + 9A^T,$$

kjer je

$$A = \begin{bmatrix} -4 & 1 & 0 \\ -1 & -4 & 0 \\ 0 & 0 & -4 \end{bmatrix} \quad \text{in} \quad B = \begin{bmatrix} 4 & 1 & 4 \\ -1 & 4 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \end{bmatrix}.$$

2. [20] Glede na realni parameter a poišči rešitve sistema enačb

$$\begin{aligned} ax + y + z &= 1 \\ x + ay - z &= -1 \\ 2x + y + z &= a. \end{aligned}$$

3. [15] Poišči lastne vrednosti in lastne vektorje matrike $A \in M_4(\mathbb{R})$,

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

4. [10] Dokaži ali ovrzi: če je vsota diagonalnih elementov matrike $A \in M_n(\mathbb{R})$ različna od 0, tedaj je matrika A obrnljiva.

Vpisna številka

Priimek, ime

Smer: K KT

1. test pri predmetu MATEMATIKA II

Računski del

24. 3. 2017

Navodila:

- Pripravi osebni dokument.
 - Ugasni in odstrani mobilni telefon. Uporaba knjig, zapiskov, rešenih nalog in kalkulatorja ni dovoljena.
 - Piši čitljivo, vsak odgovor natančno utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana.
 - Dovoljeni pripomočki so: kemični svinčnik, svinčnik, nalivno pero, radirka, matematični priročnik in pripravljene listi s formulami.
 - Čas reševanja je **75 minut**.
-

1. [15] Naj bo

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & -1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Izračunaj A^n , kjer je $n \in \mathbb{N}$.

2. [15] Za katere realne parametre a sistem

$$\begin{aligned} ax + y + 2z &= 1 \\ x + ay - 2z &= 0 \\ x + 2y - az &= 2 - a \end{aligned}$$

ne bo enolično rešljiv? V teh primerih poišči rešitve.

3. [15] Izračunaj determinanto matrike $A \in M_n(\mathbb{R})$, ki podana takole

$$a_{ij} = \begin{cases} (-1)^i & ; 1 \leq i, j \leq n, i = j \\ 1 & ; 2 \leq i \leq n, j = 1 \\ (-1)^j & ; i = 1, 2 \leq j \leq n \\ 0 & ; \text{sicer} \end{cases}.$$

Vsak korak utemelji!

4. [15] Naj bo A obrnljiva matrika za katero velja $(I - A)^3 = 0$. Poišči A^{-1} (torej matriko A^{-1} izrazi v odvisnosti od I in A).

Vpisna številka

Priimek, ime

1. test pri predmetu MATEMATIKA II
Teoretični del
24. 3. 2017

Navodila:

- *Pripravi osebni dokument.*
 - *Ugasni in odstrani mobilni telefon. Dovoljeni pripomočki so samo pisala.*
 - *Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana.*
 - **Čas reševanja je 40 minut.**
-

1. **[10]** Naštej 4 lastnosti determinante.
2. **[10]** Dokaži trditev ali jo ovrzi s protiprimerom:
Vsota dveh obrnljivih matrik je obrnljiva matrika.
3. **[10]** Navedi in dokaži izrek, ki govori o rešljivosti homogenega sistema linearnih enačb.
4. **[10]**
 - (a) **[5]** Definiraj lastno vrednost in lastni vektor kvadratne matrike A .
 - (b) **[5]** Ali vsaki lastni vrednosti pripada natanko en lastni vektor?

Vpisna številka

Priimek, ime

Smer: K KT

1. test pri predmetu MATEMATIKA II
Teoretični del
24. 3. 2017

Navodila:

- *Pripravi osebni dokument.*
 - *Ugasni in odstrani mobilni telefon. Dovoljeni pripomočki so samo pisala.*
 - *Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana.*
 - *Čas reševanja je 40 minut.*
-

1. **[10]** Dokaži, da za kvadratno matriko A reda n in vsak $i \neq j$ ($i, j = 1, \dots, n$) velja

$$\sum_{r=1}^n (-1)^{j+r} (A)_{ir} |A_{jr}| = 0.$$

2. **[10]** Naj bo \mathcal{M}_n množica obrnljivih matrik reda n . Ali je \mathcal{M}_n skupaj z operacijo seštevanja matrik Abelova grupa?

Utemelji odgovor.

3. **[10]**

(a) **[5]** Zapiši sistem linearnih enačb v matrični obliki.

(b) **[5]** Podaj primer dveh 3×4 sistemov linearnih enačb, ki sta ekvivalentna.

4. **[10]** Navedi in dokaži izrek, ki govori o rešljivosti homogenega sistema linearnih enačb.