Vpisna številka Priimek, ime

1. test pri predmetu MATEMATIKA II
Računski del
23. 3. 2018

Navodila:

- *Pripravi osebni dokument.*
- *Ugasni in odstrani mobilni telefon. Uporaba knjig, zapiskov, rešenih nalog in kalkulatorja ni dovoljena.*
- *Piši čitljivo, vsak odgovor natančno utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana.*
- *Dovoljeni pripomočki so: kemični svinčnik, svinčnik, nalivno pero, radirka, matematični priročnik in pripravljeni listi s formulami.*
- *Čas reševanja je* **75 minut**.

1. **[15]** Reši matrično enačbo

$$AX = B^T X + C,$$

kjer je

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix} \quad \text{in} \quad C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & -1 \\ -2 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

2. **[20]** Glede na realni parameter a reši sistem enačb

$$\begin{aligned} ax - y + 3z &= 2 - a \\ x - 2y + 3z &= 1 \\ x - y + az &= -1. \end{aligned}$$

3. **[15]** Naj bo $n \in \mathbb{N}$. Poišči lastne vrednosti in lastne vektorje matrike $A \in M_n(\mathbb{R})$,

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \\ 0 & 0 & 0 & \dots & n-2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & n-1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & n \end{bmatrix}.$$

4. **[10]** Naj bo $A \in M_2(\mathbb{R})$. Dokaži ali ovrzi: če je $A^2 = I$, tedaj je $A = I$ ali $A = -I$.

Vpisna številka | Priimek, ime | Smer: K KT

1. test pri predmetu MATEMATIKA II
Računski del
23. 3. 2018

Navodila:

- *Pripravi osebni dokument.*
- *Ugasni in odstrani mobilni telefon. Uporaba knjig, zapiskov, rešenih nalog in kalkulatorja ni dovoljena.*
- *Piši čitljivo, vsak odgovor natančno utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana.*
- *Dovoljeni pripomočki so: kemični svinčnik, svinčnik, nalivno pero, radirka, matematični priročnik in pripravljeni listi s formulami.*
- *Čas reševanja je* **75 minut**.

1. **[20]** Naj bosta $A, B \in M_3(\mathbb{R})$ antisimetrični matriki.
   (a) Ali je AB antisimetrična matrika? Utemelji!
   (b) Reši enačbo $A^2 = I$.

2. **[20]** Glede na realno število a je podan sistem linearnih enačb

$$\begin{aligned} ax - y + 3z &= a \\ x - ay + 3z &= 1 \\ x - y + az &= -1 \end{aligned}$$

(a) Poišči vsa realna števila a, za katere je sistem protisloven? Utemelji!

(b) Poišči vsa realna števila a, za katere velja, da je rešitev za y enolična in pripada množici celih števil.

3. **[20]** Izračunaj determinanto matrike $A \in M_n(\mathbb{R})$,

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 3 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 2 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 3 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 2 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Vpisna številka Priimek, ime

1. test pri predmetu MATEMATIKA II
Teoretični del
23. 3. 2018

Navodila:

- *Pripravi osebni dokument.*
- *Ugasni in odstrani mobilni telefon. Dovoljeni pripomočki so samo pisala.*
- *Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana.*
- *Čas reševanja je* **40 minut**.

1. **[5]** Podaj primer 4×3 homogenega sistema linearnih enačb.

2. **[10]** Naj bo A matrika reda n. Dokaži, da za $i \neq j$ velja

$$\sum_{r=1}^{n} (-1)^{j+r} (A)_{ir} |A_{jr}| = 0\,.$$

3. **[15]**

(a) **[5]** Definiraj inverzno oz. obratno matriko A^{-1} kvadratne matrike A.

(b) **[10]** Dokaži, da A^{-1} obstaja, če je $\det(A) \neq 0$.

4. **[10]**

   (a) **[5]** Definiraj lastno vrednost kvadratne matrike A.

   (b) **[5]** Ali lahko eni lastni vrednosti pripada več lastnih vektorjev? Utemelji odgovor.

Vpisna številka Priimek, ime Smer: K KT

1. test pri predmetu MATEMATIKA II
Teoretični del
23. 3. 2018

Navodila:

- *Pripravi osebni dokument.*
- *Ugasni in odstrani mobilni telefon. Dovoljeni pripomočki so samo pisala.*
- *Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana.*
- *Čas reševanja je* **40 minut**.

1. **[10]** Naj bo $\mathcal{M}_n$ množica matrik reda n. Za poljubni matriki A in B iz $\mathcal{M}_n$ je definirana operacija $*$ na sledeč način:

$$(A * B)_{ij} = (A)_{ij}(B)_{ij} + 1,\ \forall\, i, j = 1, \ldots, n\,.$$

Katerim od pogojev Abelove grupe zadošča operacija $*$ definirana na $\mathcal{M}_n$?

2. **[10]** Naj bo A obrnljiva matrika reda n in naj bo $\widehat{A}$ njena prirejenka. Z upoštevanjem lastnosti determinante dokaži enakost

$$\det(\widehat{A}) = (\det A)^{n-1}\,.$$

Vsak korak utemelji!

3. **[10]** Razloži povezavo med rangom matrike A oziroma razširjene matrike $[A|b]$ ter rešljivostjo sistema linearnih enačb $Ax = b$.

4. **[10]** Naj bo A matrika reda n. Dokaži, da za $i \neq j$ velja

$$\sum_{r=1}^{n} (-1)^{j+r} (A)_{ir} |A_{jr}| = 0\,.$$