Vpisna številka Priimek, ime

1. test pri predmetu MATEMATIKA II
Računski del
22. 3. 2019

Navodila:

- *Pripravi osebni dokument. Ugasni in odstrani mobilni telefon.*
- *Uporaba knjig, zapiskov, rešenih nalog in kalkulatorja ni dovoljena.*
- *Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji ter ga jasno in nedvoumno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana oz. bo ocenjena z nič točkami.*
- *Dovoljeni pripomočki so: kemični svinčnik, svinčnik, nalivno pero, radirka, matematični priročnik in pripravljeni listi s formulami.*
- *Čas reševanja je* **75 minut**.

1. **[15]** Za poljubno naravno število n izračunaj A^n, kjer je $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$.

2. **[20]** Glede na realni parameter a reši sistem enačb

$$\begin{aligned} y + az &= -3 \\ x + ay - z &= a \\ ax + 4y + 2z &= 0. \end{aligned}$$

3. **[20]** Poišči lastne vrednosti in lastne vektorje matrike $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$.

Vpisna številka Priimek, ime Smer: K KT

1. test pri predmetu MATEMATIKA II
Računski del
22. 3. 2019

Navodila:

- *Pripravi osebni dokument. Ugasni in odstrani mobilni telefon.*
- *Uporaba knjig, zapiskov, rešenih nalog in kalkulatorja ni dovoljena.*
- *Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji ter ga jasno in nedvoumno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana oz. bo ocenjena z nič točkami.*
- *Dovoljeni pripomočki so: kemični svinčnik, svinčnik, nalivno pero, radirka, matematični priročnik in pripravljeni listi s formulami.*
- *Čas reševanja je* **75 minut**.

1. **[20]** Za poljubno naravno število n izračunaj A^n, kjer je $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \sqrt{2} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$.

2. **[20]** Za katera realna števila a in b ima sistem linearnih enačb

$$\begin{aligned} ax + y + bw &= 0 \\ x + ay + z &= 1 \\ z + w &= 0 \\ bx + y + aw &= b \end{aligned}$$

parametrično rešitev? V teh primerih rešitev tudi poišči.

3. **[20]** Naj bo $n \in \mathbb{N}$, $n > 4$. Izračunaj

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 & \dots & 0 & n \\ 1 & 2 & 3 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 1 & 2 & 3 & 4 & \dots & n-1 & 0 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & \dots & n-1 & n \\ 0 & 2 & 3 & 4 & \dots & n-1 & n \end{vmatrix} =$$

Vpisna številka Priimek, ime

1. test pri predmetu MATEMATIKA II
Teoretični del
22. 3. 2019

Navodila:

- *Pripravi osebni dokument.*
- *Ugasni in odstrani mobilni telefon. Dovoljeni pripomočki so samo pisala.*
- *Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana.*
- *Čas reševanja je* **40 minut**.

1. **[5]** Podaj primer kvadratne matrike A reda 4, če naj bo $(A)_{ij} \neq 0$, $\forall i, j = 1, 2, \ldots, 4$ in A ni obrnljiva.

2. **[10]** Naj bo A kvadratna matrika reda $n \in \mathbb{N}$. Dokaži ali ovrzi s protiprimerom naslednjo trditev:

   Če je vsota vseh elementov matrike A različna od 0, tedaj je matrika A obrnljiva.

3. **[15]** Navedi in dokaži Cramerjevo pravilo.

4. **[10]** Naj bo A matrika reda n. Pojasni, kako na determinanto matrike A vplivajo naslednje transformacije:

   (a) zamenjava dveh vrstic,

   (b) množenje vseh elementov v A s skalarjem $\lambda \neq 0$,

   (c) prištevanje neničelnega večkratnika ene vrstice poljubni drugi vrstici.

Vpisna številka Priimek, ime Smer: K KT

1. test pri predmetu MATEMATIKA II
Teoretični del
22. 3. 2019

Navodila:

- *Pripravi osebni dokument.*
- *Ugasni in odstrani mobilni telefon. Dovoljeni pripomočki so samo pisala.*
- *Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana.*
- *Čas reševanja je* **40 minut**.

1. **[5]** Dokaži ali ovrzi s protiprimerom, da za obrnljivi matriki A in B velja

$$(A^{-1}+B^{-1})^T = (A^{-1})^T + (B^{-1})^T\,.$$

2. **[10]** Naj bo $n \in \mathbb{N}$ in naj bosta $A, B \in M_n(\mathbb{R})$. Dokaži ali s protiprimerom ovrzi naslednji trditvi.

   (a) Če sta A in B obrnljivi matriki, tedaj je tudi $A + B$ obrnljiva matrika.

   (b) Če sta A in B obrnljivi matriki, tedaj je tudi AB obrnljiva matrika.

3. **[15]** Naštej osnovne vrstične transformacije Gaussove eliminacijske metode in dokaži, da njihova uporaba ne spremeni rešljivosti sistema linearnih enačb.

4. **[10]** Dokaži trditev:

   Če je matrika A obrnljiva, tedaj je $\det(A) \neq 0$.