

Vpisna številka

Priimek in ime

Test pri predmetu MATEMATIKA II
Računski del
4. 5. 2021

Navodila:

- *Pripravi osebni dokument. Ugasni in odstrani mobilni telefon. Uporaba knjig, zapiskov in rešenih nalog ni dovoljena.*
 - *Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji ter ga jasno in nedvoumno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana. Na vsak dodatni list, ki je priložen k testni/izpitni poli, označi ime in priimek oz. vpisno številko, ter jasno označi katera naloga je reševana.*
 - *Dovoljeni pripomočki so: kemični svinčnik, svinčnik, nalivno pero, ravnilo, radirka in pripravljene listi s formulami, ki jih je pripravil asistent.*
 - *Čas reševanja je **75 minut**.*
-

1. [15] Izračunaj

$$\int \frac{1}{e^{2x} - 8e^{-x}} dx.$$

2. [25] Izračunaj

(a) [10] $\int \sin^2 x \cdot \sin(2x) dx,$

(b) [15] $\int \frac{x \cos x}{(1 - \sin x)^2} dx.$

3. [20] Lik \mathcal{L} v ravnini je omejen s krivuljama z enačbama $y = \frac{x}{\sqrt{3}}$ in $y = \sqrt{4x - x^2}$ ter osjo x . Skiciraj lik \mathcal{L} in izračunaj volumen rotacijskega telesa, ki ga dobimo pri vrtenju lika \mathcal{L} okoli y osi.

Vpisna številka

Priimek, ime

Test pri predmetu MATEMATIKA II
Teoretični del
4. 5. 2021

Navodila:

- *Pripravi osebni dokument.*
 - *Ugasni in odstrani mobilni telefon. Dovoljeni pripomočki so samo pisala.*
 - *Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana.*
 - **Čas reševanja je 40 minut.**
-

1. **[10]** Izpelji pravili za nedoločeno integriranje:

(a) [5] $\int \tan x \, dx = -\ln |\cos x| + C,$

(b) [5] $\int \ln x \, dx = x(\ln x - 1) + C.$

2. [10] Za univerzalno substitucijo $t = \tan \frac{x}{2}$ integracije trigonometričnih funkcij izpelji

$$dx, \sin x \text{ in } \cos x .$$

3. [10] Navedi in dokaži Newton-Leibnizovo formulo.

4. **[10]** Navedi izrek o srednji vrednosti za določeni integral in poišči to srednjo vrednost za določeni integral funkcije $f(x) = -x^2 + 3x$ na intervalu $[0, 3]$.
(Opomba: Izreka ni potrebno dokazati.)

Vpisna številka

Priimek, ime

K KI

Test pri predmetu MATEMATIKA B
Računski del
4. 5. 2021

Navodila:

- *Pripravi osebni dokument. Ugasni in odstrani mobilni telefon. Uporaba knjig, zapiskov in rešenih nalog ni dovoljena.*
 - *Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji ter ga jasno in nedvoumno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana.*
 - *Na vsak dodaten list, ki je priložen k testni/izpitni poli, označi ime in priimek oz. vpisno številko, ter jasno označi katera naloga je reševana.*
 - *Dovoljeni pripomočki so: kemični svinčnik, svinčnik, nalivno pero, ravnilo, radirka, matematični priročnik in pripravljene listi s formulami za Matematiko B in formule za integrale, ki jih je pripravil asistent.*
 - *Čas reševanja je **75 minut**.*
-

1. [20] Poišči vse realne parametre a in b , za katere sistem

$$\begin{aligned}ax + y - z &= 1 \\x + (a - b)y - z &= a \\x - y - bz &= b\end{aligned}$$

nima rešitve oziroma je protisloven.

2. [15] Izračunaj spodnjo determinanto reda n .

$$\begin{vmatrix} -1 & 1 & 1 & \dots & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & \dots & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & \dots & 1 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 1 & 1 & 1 & \dots & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & \dots & 1 & -1 \end{vmatrix}$$

3. [25] Množici

$$U = \{p \in \mathbb{R}_2[x] \mid p''(0) - p(-1) - 1 = 0\}$$

$$V = \{p \in \mathbb{R}_2[x] \mid p''(0) - 2 \cdot p(1) = 0\}$$

opremimo s standardnima operacijama seštevanja in množenja skalarjem v $(\mathbb{R}_2[x], +, \cdot)$.

(a) [12] Ali je $(U, +, \cdot)$ vektorski prostor? Ali je $(V, +, \cdot)$ vektorski prostor?

(b) [13] V primeru, če $(U, +, \cdot)$ oziroma $(V, +, \cdot)$ je vektorski prostor, poišči bazo \mathcal{B} le-tega. Nato poišči bazo \mathcal{B}' tako, da bo $\mathcal{B} \subset \mathcal{B}'$ in bo \mathcal{B}' baza vektorskega prostora $(\mathbb{R}_2[x], +, \cdot)$. Nadalje, poišči še matriko prehoda med standardno bazo vektorskega prostora $(\mathbb{R}_2[x], +, \cdot)$ in bazo \mathcal{B}' .

Vse odgovore natančno utemelji.

Vpisna številka

Priimek, ime

K KI

Test pri predmetu MATEMATIKA B
Teoretični del
4. 5. 2021

Navodila:

- *Pripravi osebni dokument.*
 - *Ugasni in odstrani mobilni telefon. Dovoljeni pripomočki so samo pisala.*
 - *Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana.*
 - **Čas reševanja je 40 minut.**
-

1. **[10]** Definiraj množenje kvadratnih matrik in pokaži lastnost distributivnosti množenja glede na seštevanje.

2. [10] Naj bo $Ax = b$ sistem n linearnih enačb z m neznankami.

- (a) [5] Navedi možne tipe rešitev sistema $Ax = b$ in za vsak tip rešitve določi rang matrike A in rang razširjene matrike $[A|b]$.
- (b) [5] Katerti tip rešitve lahko ima sistem $Ax = b$, če je $n > m$? Utemelji odgovor.

3. [10] Z uporabo Gram-Schmidtovega postopka iz baze $B = \{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \dots, \mathbf{v}_n\}$ tvori ortonormirano bazo $C = \{\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \dots, \mathbf{e}_n\}$.

4. [10] Dokaži trditev:

Naj bo V vektorski prostor dimenzije n in naj bo S množica vektorjev iz V moči n . Če je $\mathcal{L}(S) = V$, tedaj je S baza vektorskega prostora V .