

Vpisna številka

Priimek, ime

2. test pri predmetu MATEMATIKA II

Računski del

25. 5. 2016

Navodila:

- Pripravi osebni dokument.
 - Ugasni in odstrani mobilni telefon. Uporaba knjig, zapiskov, rešenih nalog in kalkulatorja ni dovoljena.
 - Piši čitljivo, vsak odgovor natančno utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana.
 - Dovoljeni pripomočki so: kemični svinčnik, svinčnik, nalivno pero, radirka, matematični priročnik in pripravljene listi s formulami.
 - Čas reševanja je **75 minut**.
-

1. [15] Izračunaj

$$\int \frac{\sqrt{x+4}}{x} dx.$$

2. [15] Izračunaj

$$\int \frac{x^2}{\sqrt{4x-x^2}} dx.$$

3. [15] Izračunaj ploščino lika, ki je omejen z grafoma funkcij f in g , kjer je $f(x) = xe^{1-x}$ in $g(x) = \ln(1 - \frac{x}{2})$, ter premico podano z enačbo $x = 1$. Lik tudi skiciraj.

4. [15] Funkcija f je podana s predpisom $f(x) = \sin(2x) \cos(x)$. Izračunaj volumen rotacijskega telesa, ki nastane z vrtenjem grafa funkcije f na intervalu med dvema zaporednima ničloma funkcije f .

Vpisna številka

Priimek, ime

Smer: K KT

2. test pri predmetu MATEMATIKA II

Računski del

25. 5. 2016

Navodila:

- Pripravi osebni dokument.
 - Ugasni in odstrani mobilni telefon. Uporaba knjig, zapiskov, rešenih nalog in kalkulatorja ni dovoljena.
 - Piši čitljivo, vsak odgovor natančno utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana.
 - Dovoljeni pripomočki so: kemični svinčnik, svinčnik, nalivno pero, radirka, matematični priročnik in pripravljene listi s formulami.
 - Čas reševanja je **75 minut**.
-

1. [20] Izračunaj

(a) $\int \frac{\sin x}{\sin^2 x + \cos x} dx,$

(b) $\int \frac{x^3}{\sqrt{x^2 - 9} + x^2} dx.$

2. [15] Funkcija f je podana s predpisom $f(x) = \sqrt{\sin^3 x \cos(3x)}$. Določi (en) interval med dvema ničloma funkcije f , kjer je f definirana. Izračunaj volumen rotacijskega telesa, ki nastane pri vrtenju grafa funkcije f , okoli prej določenega intervala.

3. [15] Krivulja \mathcal{K} je podana s predpisom $y = \sqrt{2x - x^2}$.

(a) Izračunaj površino rotacijskega telesa, ki nastane z vrtenjem krivulje \mathcal{K} okoli osi x .

(b) Izračunaj površino rotacijskega telesa, ki nastane z vrtenjem krivulje \mathcal{K} okoli osi y .

4. [10] Naj bo $s \in \mathbb{R}^+$. Dokaži formulo

$$\Gamma(s + 1) = \int_0^1 \left(\ln \left(\frac{1}{x} \right) \right)^s dx.$$

Vpisna številka

Priimek, ime

2. test pri predmetu MATEMATIKA II
Teoretični del
25. 5. 2016

Navodila:

- *Pripravi osebni dokument.*
 - *Ugasni in odstrani mobilni telefon. Dovoljeni pripomočki so samo pisala.*
 - *Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana.*
 - **Čas reševanja je 40 minut.**
-

1. [10]

Po definiciji nedoločenega integrala dokaži formuli:

(a) [5] $\int x^r dx = \frac{x^{r+1}}{r+1} + C, r \neq -1,$

(b) [5] $\int \frac{dx}{x^2 - a^2} = \frac{1}{2a} \ln \left| \frac{x-a}{x+a} \right| + C.$

2. [10] Dokaži trditev:

Nedoločeni integral vsote funkcij f in g je vsota nedoločenih integralov teh dveh funkcij.

3. [10] Navedi in dokaži Newton-Leibnizovo formulo.

4. [10] Izpelji formulo za izračun dolžine loka grafa omejene funkcije f na intervalu $[a, b]$

Vpisna številka

Priimek, ime

Smer: K KT

2. test pri predmetu MATEMATIKA II
Teoretični del
25. 5. 2016

Navodila:

- *Pripravi osebni dokument.*
 - *Ugasni in odstrani mobilni telefon. Dovoljeni pripomočki so samo pisala.*
 - *Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana.*
 - **Čas reševanja je 40 minut.**
-

1. [10] Po definiciji nedoločenega integrala dokaži formuli:

(a) [5] $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 - a^2}} = \ln |x + \sqrt{x^2 - a^2}| + C,$

(b) [5] $\int \frac{dx}{x^2 + a^2} = \frac{1}{a} \operatorname{atan} \frac{x}{a} + C.$

2. [10] Dokaži trditev:

Naj bo f omejena funkcija na intervalu $[a, b]$ in naj bo delitev D' nadaljevanje delitve D intervala $[a, b]$ ($D \subseteq D'$). Tedaj za zgornji Riemmanovi vsoti funkcije f velja naslednja neenakost:

$$S_{D'}(f) \leq S_D(f).$$

3. [15]

- (a) [10] Na intervalu $[0, 5]$ izpelji formulo za numerično integriranje, ki je točna za polinome stopnje kvečjemu 3.
- (b) [5] Z dobljeno formulo nastavi izračun za določitev določenega integrala

$$\int_0^5 e^{x^2} dx.$$

4. [5] Izračunaj vrednost Eulerjeve funkcije Γ v točki $x = -\frac{7}{2}$.