

Vpisna številka

Priimek, ime

---

**2. test pri predmetu MATEMATIKA II**

**Računski del**

**12. 5. 2017**

---

**Navodila:**

- *Pripravi osebni dokument.*
  - *Ugasni in odstrani mobilni telefon. Uporaba knjig, zapiskov, rešenih nalog in kalkulatorja ni dovoljena.*
  - *Piši čitljivo, vsak odgovor natančno utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana.*
  - *Dovoljeni pripomočki so: kemični svinčnik, svinčnik, nalivno pero, radirka, matematični priročnik in pripravljene listi s formulami.*
  - *Čas reševanja je 75 minut.*
- 

1. [15] Izračunaj

$$\int e^{3x} \sqrt{e^x + 4} \, dx$$

2. [15] Izračunaj

$$\int \frac{\sin x}{\sin x - \cos x + 1} \, dx.$$

3. [15] Izračunaj ploščino lika, ki je določen s krivuljama  $x^2 + 4y^2 = 4$  in  $x + 2y - 2 = 0$  v prvem kvadrantu. Lik tudi natančno skiciraj v ravnini.

4. [15] Izračunaj volumen rotacijskega telesa, ki nastane z vrtenjem grafa funkcije  $f$ ,  $f(x) = \frac{\sqrt{x \ln(x)}}{(x^2+1)}$ , okoli osi  $x$  na intervalu  $[1, e]$ .

Vpisna številka

Priimek, ime

Smer: K KT

---

**2. test pri predmetu MATEMATIKA II**  
**Računski del**  
**12. 5. 2017**

---

**Navodila:**

- *Pripravi osebni dokument.*
  - *Ugasni in odstrani mobilni telefon. Uporaba knjig, zapiskov, rešenih nalog in kalkulatorja ni dovoljena.*
  - *Piši čitljivo, vsak odgovor natančno utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana.*
  - *Dovoljeni pripomočki so: kemični svinčnik, svinčnik, nalivno pero, radirka, matematični priročnik in pripravljene listi s formulami.*
  - *Čas reševanja je 75 minut.*
- 

1. [15] Izračunaj

$$\int \ln \left( \frac{1-x}{x^2+x+1} \right) dx.$$

2. [15] Izračunaj

$$\int \arccos^2(x) dx.$$

3. [15] Funkcija  $f : [0, \pi] \rightarrow \mathbb{R}$  je podana s predpisom  $f(x) = \cos\left(\frac{x}{2}\right)$ . Izračunaj površino rotacijskega telesa, ki ga dobimo z vrtenjem grafa funkcije  $f$  okoli osi  $x$ .

4. [15] Ali konvergirata naslednja integrala

(a)  $\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x^3}(\sqrt[4]{x}+1)} dx,$

(b)  $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^4+x^2+1}{e^{|x|}} dx?$

Utemelji.

Vpisna številka

Priimek, ime

---

**2. test pri predmetu MATEMATIKA II**  
**Teoretični del**  
**12. 5. 2017**

---

**Navodila:**

- *Pripravi osebni dokument.*
  - *Ugasni in odstrani mobilni telefon. Dovoljeni pripomočki so samo pisala.*
  - *Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana.*
  - *Čas reševanja je 40 minut.*
- 

1. **[10]** Izpelji formulo

$$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + a^2}} = \ln(x + \sqrt{x^2 + a^2}) + C,$$

kjer je  $a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ .

2. **[10]** Navedi in dokaži izrek o uvedbi nove spremenljivke v računanje nedoločene integrala.
3. **[10]** Dokaži, da za  $c \in [a, b]$  velja

$$\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx.$$

4. **[10]** S pomočjo določenega integrala izpelji formulo za računanje prostornine rotacijskega telesa, ki nastane pri vrtenju grafa funkcije  $f$  okoli  $x$  osi na intervalu  $[a, b]$ .

Vpisna številka

Priimek, ime

Smer: K KT

---

**2. test pri predmetu MATEMATIKA II**  
**Teoretični del**  
**12. 5. 2017**

---

**Navodila:**

- Pripravi osebni dokument.
  - Ugasni in odstrani mobilni telefon. Dovoljeni pripomočki so samo pisala.
  - Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana.
  - Čas reševanja je **40 minut**.
- 

1. **[5]** Izpelji formulo

$$\int \frac{dx}{x^2 - a^2} = \frac{1}{2a} \ln \left| \frac{x - a}{x + a} \right| + C,$$

kjer je  $a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ .

2. **[10]** Navedi in dokaži izrek, ki podaja zvezo med nedoločenim in določenim integralom.

3. **[15]**

(a) **[10]** Na intervalu  $[-1, 2]$  izpelji formulo za numerično integriranje, ki je točna za polinome stopnje kvečjemu 2.

(b) **[5]** Z dobljeno formulo izračunaj

$$\int_{-1}^2 \frac{e^x}{x+2} dx.$$

4. **[10]**

(a) **[5]** Dokaži, da za  $x > 0$  velja rekurzivna zveza  $\Gamma(x+1) = x\Gamma(x)$ .

(b) **[5]** Izračunaj  $\frac{\Gamma(2017)}{\Gamma(2010)}$ .