

Vpisna številka

Priimek, ime

2. test pri predmetu MATEMATIKA II

Računski del

25. 4. 2018

Navodila:

- *Pripravi osebni dokument.*
 - *Ugasni in odstrani mobilni telefon. Uporaba knjig, zapiskov, rešenih nalog in kalkulatorja ni dovoljena.*
 - *Piši čitljivo, vsak odgovor natančno utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana.*
 - *Dovoljeni pripomočki so: kemični svinčnik, svinčnik, nalivno pero, radirka, matematični priročnik in pripravljene listi s formulami.*
 - *Čas reševanja je **75 minut**.*
-

1. [20] Izračunaj

(a) $\int \sqrt{\frac{\arcsin(2x)}{1-4x^2}} dx,$

(b) $\int \frac{x}{\cos^2 x} dx.$

2. **[20]** Izračunaj volumen rotacijskega telesa, ki nastane z vrtenjem grafa funkcije $f : [1, 2] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^2+1}{\sqrt{x(x+1)}}$, okoli osi x .

3. **[20]** Izračunaj dolžino loka, ki ga določa graf funkcije $f : [1, e] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \ln(x^2)$.

Vpisna številka

Priimek, ime

Smer: K KT

2. test pri predmetu MATEMATIKA II
Računski del
25. 4. 2018

Navodila:

- *Pripravi osebni dokument.*
 - *Ugasni in odstrani mobilni telefon. Uporaba knjig, zapiskov, rešenih nalog in kalkulatorja ni dovoljena.*
 - *Piši čitljivo, vsak odgovor natančno utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana.*
 - *Dovoljeni pripomočki so: kemični svinčnik, svinčnik, naližno pero, radirka, matematični priročnik in pripravljene listi s formulami.*
 - *Čas reševanja je **75 minut**.*
-

1. [15] Naj bo $n \in \mathbb{N}$. Izračunaj $\int_0^{\infty} \frac{x^n - 1}{x - 1} e^{-x} dx$

2. [15] Izračunaj

$$\int \frac{1}{\operatorname{sh}x \operatorname{ch}^2x} dx.$$

3. [15] Naj bo $a > 1$. Izračunaj dolžino krivulje, ki je podana takole

$$y = a \ln \left(\frac{a^2}{a^2 - x^2} \right), \quad x \in \left[-\frac{a}{2}, \frac{a}{2} \right].$$

4. [15] Lik \mathcal{L} v ravnini je določen z $x = y^2 + 1$ in $y = x - 3$.

(a) Izračunaj ploščino lika.

(b) Izračunaj površino rotacijskega telesa, ki nastane z vrtenjem lika \mathcal{L} okoli osi y .

Vpisna številka

Priimek, ime

2. test pri predmetu MATEMATIKA II
Teoretični del
25. 4. 2018

Navodila:

- *Pripravi osebni dokument.*
 - *Ugasni in odstrani mobilni telefon. Dovoljeni pripomočki so samo pisala.*
 - *Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana.*
 - **Čas reševanja je 40 minut.**
-

1. [10]

- (a) [5] Dokaži formulo $\int \frac{dx}{\cos^2 x} = \tan x + C$, kjer je $C \in \mathbb{R}$.
- (b) [5] Izračunaj nedoločeni integral $\int \cos^2(2x) dx$.

2. **[10]** Navedi in dokaži Newton-Leibnizovo formulo.

3. [15]

- (a) [10] S pomočjo določenega integrala izpelji formulo za računanje dolžine loka l zvezne funkcije $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$.
- (b) [5] S predpisom podaj primer funkcije, za katero na intervalu $[0, 1]$ ne moremo določiti l z uporabo določenega integrala.

4. **[5]** Naj bo $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ funkcija. Kdaj je

$$\left| \int_a^b f(x) \, dx \right| = \int_a^b |f(x)| \, dx?$$

Vpisna številka

Priimek, ime

Smer: K KT

2. test pri predmetu MATEMATIKA II
Teoretični del
25. 4. 2018

Navodila:

- *Pripravi osebni dokument.*
 - *Ugasni in odstrani mobilni telefon. Dovoljeni pripomočki so samo pisala.*
 - *Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana.*
 - **Čas reševanja je 40 minut.**
-

1. **[5]** Izpelji formulo

$$\int \frac{dx}{x} = \ln |x| + C,$$

kjer je $C \in \mathbb{R}$.

2. **[10]** Dokaži, da je funkcija $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ integrabilna, če za vsak $\varepsilon > 0$ obstaja taka delitev D intervala $[a, b]$, da je $S_D(f) - s_D(f) < \varepsilon$.

3. [10]

- (a) [5] Izpelji Simpsonovo pravilo za numerično integriranje.
- (b) [5] Poišči napako pri uporabi Simpsonovega pravila za izračun določenega integrala funkcije $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x$, če je korak $h = 0.5$.

4. **[15]** Dana je Eulerjeva funkcija Γ .

(a) **[5]** Dokaži, da za vsak $x \in \mathbb{R}^+$ velja

$$\Gamma(x + 1) = x\Gamma(x).$$

(b) **[10]** Z uporabo matematične indukcije dokaži, da za vsak $n \in \mathbb{N}$ velja

$$\Gamma\left(n + \frac{1}{2}\right) = \frac{(2n-1)(2n-3) \cdot \dots \cdot 3 \cdot 1}{2^n} \sqrt{\pi} = \frac{(2n-1)!!}{2^n} \sqrt{\pi}.$$