

Vpisna številka

Priimek, ime

2. test pri predmetu MATEMATIKA II

Računski del

26. 4. 2019

Navodila:

- Pripravi osebni dokument. Ugasni in odstrani mobilni telefon.
 - Uporaba knjig, zapiskov, rešenih nalog in kalkulatorja ni dovoljena.
 - Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji ter ga jasno in nedvoumno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana oz. bo ocenjena z nič točkami.
 - Dovoljeni pripomočki so: kemični svinčnik, svinčnik, nalivno pero, radirka, matematični priročnik in pripravljene listi s formulami.
 - Čas reševanja je **75 minut**.
-

1. [15] Izračunaj

(a) $\int \frac{1}{\sqrt{9 + 2x - x^2}} dx,$

(b) $\int \frac{1 + \sin(2x)}{\cos^2(2x)} dx.$

2. [15] Izračunaj

$$\int \frac{1}{x} \sqrt{\frac{1-9x}{x}} dx.$$

3. **[15]** Funkcija $f : [1, e] \rightarrow \mathbb{R}$ je podana s predpisom $f(x) = \frac{\ln x}{x}$. Izračunaj volumen rotacijskega telesa, ki nastane z vrtenjem grafa funkcije f okoli osi x .

4. **[15]** Izračunaj površino rotacijskega telesa, ki nastane z vrtenjem grafa funkcije $f : [0, \ln 2] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = e^{-x}$, okoli osi x .

Vpisna številka

Priimek, ime

Smer: K KT

2. test pri predmetu MATEMATIKA II

Računski del

26. 4. 2019

Navodila:

- *Pripravi osebni dokument. Ugasni in odstrani mobilni telefon.*
 - *Uporaba knjig, zapiskov, rešenih nalog in kalkulatorja ni dovoljena.*
 - *Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji ter ga jasno in nedvoumno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana oz. bo ocenjena z nič točkami.*
 - *Dovoljeni pripomočki so: kemični svinčnik, svinčnik, nalivno pero, radirka, matematični priročnik in pripravljene listi s formulami.*
 - **Čas reševanja je 75 minut.**
-

1. [10] Izračunaj

$$\int_{-\infty}^{\infty} |x|^5 e^{-x^4} dx.$$

2. **[20]** Funkcija f je podana s predpisom $f(x) = \ln(\sqrt{1-x} - \sqrt{1+x})$. Ali konvergira določeni integral funkcije f na njenem naravnem definicijskem območju? Če konvergira, ga izračunaj.

3. [15] Funkcija f je podana s predpisom

$$f(x) = \int_2^x \sqrt{\frac{t^4 - 4t + 2}{2t^2 + 4t - 1}} dt.$$

Izračunaj dolžino loka grafa funkcije f na intervalu $[2, 4]$.

4. **[15]** Funkcija $f : [1, e] \rightarrow \mathbb{R}$ je podana s predpisom $f(x) = \sin(\ln x)$. Izračunaj volumen rotacijskega telesa, ki nastane z vrtenjem grafa funkcije f okoli osi x .

Vpisna številka

Priimek, ime

2. test pri predmetu MATEMATIKA II
Teoretični del
26. 4. 2019

Navodila:

- *Pripravi osebni dokument.*
 - *Ugasni in odstrani mobilni telefon. Dovoljeni pripomočki so samo pisala.*
 - *Piši čitljivo, vsak odgovor utemlji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana.*
 - **Čas reševanja je 40 minut.**
-

1. [10] Izpelji formulo za nedoločeno integriranje

$$\int \ln x \, dx = x(\ln x - 1) + C,$$

kjer je $C \in \mathbb{R}$.

2. **[10]** Navedi in dokaži pravilo za računanje nedoločenega integrala z uvedbo nove spremenljivke.

3. [15]

- (a) [5] Definiraj določeni integral funkcije f na intervalu $[a, b]$.
- (b) [10] Dokaži da je določeni integral razlike dveh funkcij razlika določenih integralov teh dveh funkcij.

4. **[5]** Kdaj za $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ velja neenakost

$$\left| \int_a^b f(x) \, dx \right| < \int_a^b |f(x)| \, dx ?$$

Vpisna številka

Priimek, ime

Smer: K KT

2. test pri predmetu MATEMATIKA II
Teoretični del
26. 4. 2019

Navodila:

- *Pripravi osebni dokument.*
 - *Ugasni in odstrani mobilni telefon. Dovoljeni pripomočki so samo pisala.*
 - *Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana.*
 - **Čas reševanja je 40 minut.**
-

1. **[5]** Dokaži da je nedoločeni integral razlike dveh funkcij razlika nedoločenih integralov teh dveh funkcij.

2. **[10]** Navedi in dokaži izrek, ki podaja zvezo med nedoločenim in določenm integralom.

3. **[10]** Izpelji formulo za numerično integriranje, ki je na intervalu $[-1, 3]$ točna za polinome stopnje kvečjemu tri.
(Neznanih koeficientov ni treba eksplicitno izračunati, potrebno je nastaviti ustrezen sistem linearnih enačb in ga prevesti na stopničasto obliko.)

4. [15]

(a) [10] Dokaži, da za Eulerjevo funkcija Γ in za vsako naravno število n velja identiteta

$$\Gamma\left(\frac{1}{2} - n\right) = \frac{(-2)^n \sqrt{\pi}}{(2n-1)(2n-3) \cdots 3 \cdot 1} = \frac{(-2)^n \sqrt{\pi}}{(2n-1)!}.$$

(b) [5] Izračunaj $\Gamma(-\frac{11}{2})$.